

УДК 621.914

## Метод побудови діаграм сталості при фрезеруванні похилих поверхонь сферичними кінцевими фрезами. Частина 1. Вихідні дані

О. О. Штегін<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Житомирський державний технологічний університет, вул. Черняхівського, 103, м. Житомир, Україна, 10005

**Article info:**

Paper received:

11 November 2014

The final version of the paper received:

13 December 2014

Paper accepted online:

08 January 2015

**Correspondent Author's Address:**<sup>1)</sup> shtegin@gmail.com

У роботі запропоновано метод побудови діаграм сталості для обробки похилих поверхонь сферичними кінцевими фрезами. У першій частині визначаються вихідні дані, необхідні для побудови діаграм сталості. Вони включають у себе питомі складові сили різання та кути врізання та виходу. Для визначення останніх запропоновані оригінальні рівняння, що описують зміну значень кутів для різних варіацій радіальної глибини різання, величини перекриття та кута випередження. Для аналізу сталості процесу обробки сферичними фрезами похилих поверхонь запропоновано розглядати сили різання, прикладені по нормалі до шару, що зрізається. Зроблено апріорне припущення, що для малих значень кутів випередження процес обробки буде більш стійким при низхідному фрезеруванні, ніж при висхідному, і навпаки, при значеннях кута випередження, близьких до 90°, процес обробки буде більш стійким по висхідному фрезеруванні. Підтвердження цієї гіпотези буде розглянуто при аналізі діаграм сталості та експериментальних досліджень у другій частині роботи.

**Ключові слова:** вібрації при різанні, динамічна сталість, діаграми сталості, сферичні фрези, верстати із ЧПК, кінцеве фрезерування.

### 1. ВСТУП

Механічні коливання є невід'ємною складовою роботи будь-яких механічних систем, у тому числі і систем ВПД (верстат-пристрій-інструмент-деталь) при обробці деталей різанням. Вібрації при різанні мають однозначно негативний вплив на кінцеву якість обробленої поверхні та стійкість різального інструменту, а також на продуктивність обробки. Тому запобігання їхньому виникненню є однією із нагальних завдань технології обробки різанням. У фундаментальних працях таких вчених, як Н. А. Дроздов [1], А. І. Каширин [2], А. П. Соколовський [3], В. С. Штейнберг [4], викладено сучасне розуміння першопричин виникнення вібрацій при різанні. У зазначених працях доведено [1,2,3], що головною складовою вібрацій при різанні є автоколивання динамічної системи.

Дослідження умов виникнення вібрацій здійснюється із використанням теорії динамічної сталості руху (теорії діаграм сталості – англ. *stability lobes theory*). Фундамент теорії був закладений О. М. Ляпуновим, який у загальному випадку описав [5] умови сталості динамічної системи. Можливості застосування теорії діаграм сталості для дослідження вібрацій при різанні були показані у роботах таких вчених, як М. К. Das [6,7], S. A. Tobias [8,9], J. Tlustý [10,11], Y. Altıntaş [12], E. Budak [13,14] та ін. Серед українських вчених, які займаються теорією динамічної стійкості, необхідно згадати Ю. М. Внукова, В. О. Залогоу, Д. В. Криворучка,

С. С. Ємельяненко. Так, С. С. Ємельяненко першим запропонував [20] урахувати запізнювання зміни сили різання як одного з головних збудників автоколивань у системі. Сьогодні теорія діаграм сталості успішно використовується для прогнозування, зокрема кінцевого фрезерування сферичними фрезами [15,16,17,18]. Через постійне підвищення вимог до якості обробки деталей складної геометричної форми, використання нових важкообробних сплавів і т. ін. прогнозування умов сталого різання сферичними фрезами просторово-складних поверхонь є вкрай актуальним питанням. Ця робота присвячена методу побудови діаграм сталості для обробки сферичними кінцевими фрезами похилих поверхонь при різних кутах їхнього нахилу (при різних кутах випередження).

Метою роботи є отримання методу побудови діаграм сталості при фрезеруванні похилих поверхонь сферичними кінцевими фрезами для різних кутів нахилу поверхонь, що обробляються (кутів випередження). У першій частині наведені вихідні дані, необхідні для побудови діаграм, а саме кути врізання та виходу і питомі складові сили різання.

Діаграма сталості, яку прийнято використовувати при аналізі динамічної сталості процесу різання, являє собою графік у декартовій системі координат, на осі абсцис якого розташована швидкість обертання шпинделя, а на осі ординат – глибина різання. Крива графіка відображає граничні умови сталого

процесу різання, при яких не розвиватимуться автоколивання динамічної системи. Нижче криві показані умови сталого різання, а вище – відповідно несталого. Детальніше про послідовність побудови діаграм сталості йтиметься у другій частині даної роботи. У першій частині увага приділяється вихідним даним, необхідним для побудови діаграм.

Розглянемо динамічну систему, що складається зі сферичної кінцевої фрези та заготовки. Припустимо, що жорсткість фрези є значно меншою за жорсткість заготовки. Таке припущення є актуальним для обробки деталей, що не мають тонкостінних елементів, сферичними фрезами, які мають велике співвідношення довжини вильоту  $l$  до діаметра  $d$  ( $l \geq 5d$ ). При цьому осьова жорсткість фрези буде суттєво перевищувати її радіальну жорсткість, тому припустимим є твердження, що динамічна система матиме два ступені вільності (див. рис.1).

Рівняння руху такої системи матиме такий запис:

$$\begin{aligned} [M] \left\{ \ddot{Q}(t) \right\} + [C] \left\{ \dot{Q}(t) \right\} + [K] \left\{ Q(t) \right\} = \\ = a_p [H(t)] (Q(t-\tau) - Q(t)). \end{aligned} \quad (1)$$

Це рівняння є диференціальним рівнянням з елементом, що запізнюється. У цьому рівнянні  $[M]$ ,  $[C]$  та  $[K]$  – відповідно матриці маси, демпфірування та жорсткості;  $\{Q(t)\}$  – вектор переміщень по осях  $x$  та  $y$ ;  $a_p$  – осьова глибина різання;  $[H(t)]$  – матриця зміни питомої сили різання;  $\tau$  – різниця у часі між проходженням  $j$ -го та  $(j-1)$ -го зубів фрези.

Матриця зміни питомої сили різання складається з чотирьох елементів:

$$[H(t)] = \begin{bmatrix} H_{11}(t) & H_{12}(t) \\ H_{21}(t) & H_{22}(t) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

У рівняннях (3)  $\phi_j(t)$  – кутове положення  $j$ -го зуба фрези у момент часу  $t$ ;  $K_t$  [Н/мм<sup>2</sup>] та  $K_r$  [Н/мм<sup>2</sup>] – питомі сили для визначення відповідно тангенціальної та радіальної складових сили різання;  $g(\phi_j(t))$  – так звана функція перемикавання, яка враховує, чи різє у момент часу  $t$   $j$ -й зуб фрези.

$$\begin{aligned} H_{11}(t) &= \sum_{j=1}^N g(\phi_j(t)) (K_t \cos(\phi_j(t)) + K_r \sin(\phi_j(t))) \sin(\phi_j(t)); \\ H_{12}(t) &= \sum_{j=1}^N g(\phi_j(t)) (K_t \cos(\phi_j(t)) + K_r \sin(\phi_j(t))) \cos(\phi_j(t)); \\ H_{21}(t) &= \sum_{j=1}^N g(\phi_j(t)) (-K_t \sin(\phi_j(t)) + K_r \cos(\phi_j(t))) \sin(\phi_j(t)); \\ H_{22}(t) &= \sum_{j=1}^N g(\phi_j(t)) (-K_t \sin(\phi_j(t)) + K_r \cos(\phi_j(t))) \cos(\phi_j(t)). \end{aligned} \quad (3)$$

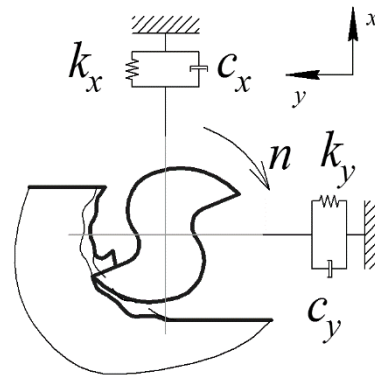


Рис. 1. Коливання кінцевої фрези як системи із двома ступенями вільності

$$\begin{cases} \phi_{st} \leq \phi_j(t) \leq \phi_{ex} \Rightarrow g(\phi_j(t)) = 1, \\ \phi_j(t) \leq \phi_{st} \vee \phi_j(t) \geq \phi_{ex} \Rightarrow g(\phi_j(t)) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

## 2. ГЕОМЕТРІЯ ШАРУ, ЩО ЗРІЗАЄТЬСЯ, ТА ВИЗНАЧЕННЯ ПИТОМИХ СКЛАДОВИХ СИЛ РІЗАННЯ

При обробці сферичними кінцевими фрезами нахилених поверхонь виникає досить складна геометрія шару, що зрізається. Правильна оцінка зони прикладення сил різання при аналізі сферичного кінцевого фрезерування є необхідною умовою для точного прогнозування умов сталого різання.

На рис.2 зображено шар, що зрізається, із подачею на зуб  $f_z$ , та виникаючі при цьому сили різання (радіальна складова  $F_r$ , осьова складова  $F_a$ , їхня векторна сума  $F_{ra}$ , тангенціальна складова  $F_t$  розміщена перпендикулярно до площини рисунка) відповідно для висхідного (рис. 2 а) та низхідного фрезерування (рис. 2 б).

У роботі запропоновано розглядати сили, що проводять до виникнення коливань фрези не в напрямку нормалі до поверхні заготовки, а по нормалі безпосередньо до шару, що зрізається. Такий підхід виявляється виправданим при порівнянні висхідного фрезерування (додатний кут випередження  $\varphi$ ) та низхідного фрезерування (від'ємний кут випередження  $\varphi$ ). Вектори нормалі до поверхні заготовки в обох випадках збігається, проте принципово відрізняються напрямки векторів нормалей до шару, що зрізається. Вектори сили різання також мають різні напрямки і різні за модулем складові. Так, для низхідного фрезерування при невеликих

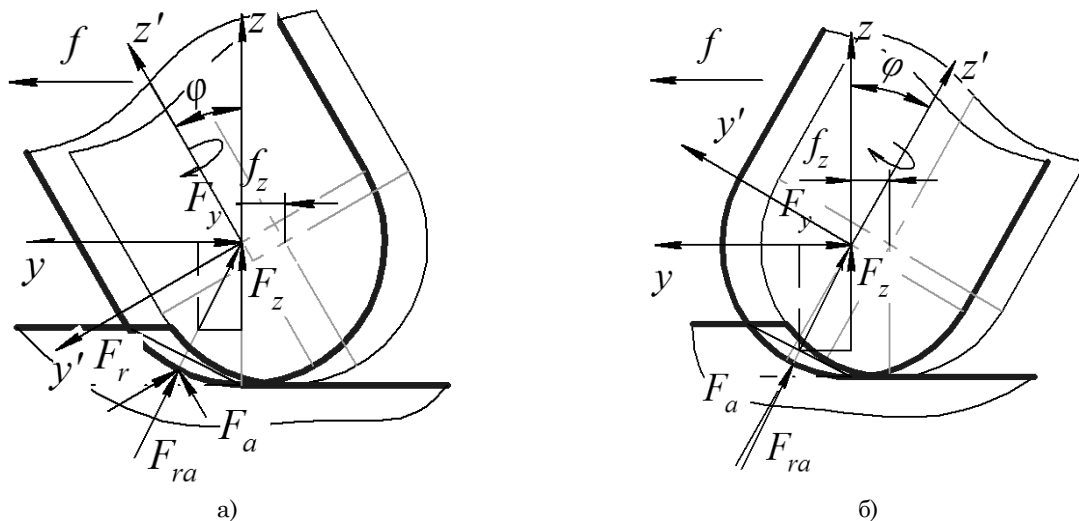


Рис. 2. Схема шару, що зрізується, при фрезеруванні сферичними фрезами

значеннях кута випередження  $\varphi$  основною складовою є осьова складова сили різання, у той час як при висхідному фрезеруванні основною складовою є радіальна складова сили різання. При значеннях кута випередження  $\varphi$ , близьких до  $90^\circ$ , має місце зворотний ефект.

Можна зробити апіорне припущення, що при малих значеннях кута випередження висхідне фрезерування буде менш сталим за низхідне при однакових значеннях радіальної глибини різання, і навпаки, при великих значеннях кута висхідне фрезерування буде більш сталим за низхідне.

Якщо при проведенні досліджень робочі органи верстата переміщуються по осях  $y'$  та  $z'$  (рис. 2) і вимірюються складові сили різання у відповідних напрямках, то тангенціальна  $F_t$ , радіальна  $F_r$  та осьова  $F_a$  складові сили різання при кутовому положенні фрези  $\phi_j(t)$  визначатимуться як

$$\begin{Bmatrix} F_t \\ F_r \\ F_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} \begin{vmatrix} -\cos\psi_{hl}\sin\phi_j(t) & -\cos\phi_j(t) & -\sin\psi_{hl} \\ \cos\phi_j(t) & -\sin\phi_j(t) & 0 \\ \sin\psi_{hl} & 0 & \cos\psi_{hl} \end{vmatrix} \quad (5)$$

У цьому матричному рівнянні  $\psi_{hl}$  – кут нахилу спіралі зуба для монолітних фрез або нахил пластини щодо осі фрези для фрез зі змінними пластинами. Як бачимо із рівняння (5), осьова складова сили різання має місце при ненульових значеннях  $\psi_{hl}$ . Утім, для оцінки сталості руху динамічної системи допустимо застосовувати систему з двома ступенями вільності.

Визначивши тангенціальну та радіальну складові сили різання, можна отримати відповідні коефіцієнти складових сили різання  $K_t$  та  $K_r$ . Оскільки вони є емпіричними та характеризують питому силу різання при перетворенні у стружку  $1 \text{ мм}^2$  припуску, визначатимуться вони за формулами:

$$K_t = \frac{F_t(t)}{s(t)}, \quad (6)$$

$$K_r = \frac{F_r(t)}{s(t)}. \quad (7)$$

У цих рівняннях доцільно проводити розрахунки для максимального значення миттєвої площі шару, що зрізується,  $s(t)$ . Знаючи значення кута врізання та швидкості обертання фрези, не є проблемою визначити значення складових сили різання в конкретний момент часу  $t$ . Згідно з рис. 3, для кута повороту фрези  $\phi_j(t) = \pi/2$  миттєву площу шару, що зрізується, можна визначити як

$$s(t) = f_z a_p \cos\psi_{hl}. \quad (8)$$

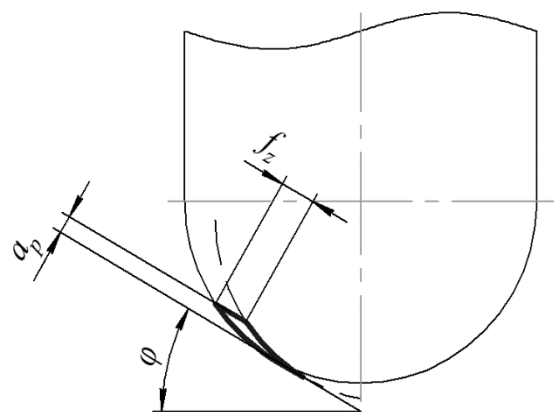
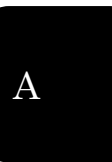


Рис. 3. Миттєва площа шару, що зрізується



### 3. КУТИ ВРІЗАННЯ ТА ВИХОДУ

При аналізі динаміки процесу обробки сферичними фрезами прийнято користуватися поняттям *плями контакту* для опису геометрії шару, що зрізається. Пляма контакту характеризується кутами врізання зуба фрези в тіло заготовки  $\phi_{st}$  та кута виходу зуба фрези з тіла заготовки  $\phi_{ex}$  (див. рис. 4).

Точне визначення значень цих кутів є необхідною умовою для прогнозування умов сталості процесу обробки. Визначати кути  $\phi_{st}$  та  $\phi_{ex}$  можна аналітично або шляхом комп'ютерного моделювання процесу різання.

У цій роботі запропоновано використовувати оригінальні формули для визначення кутів врізання та виходу як функцій від радіуса фрези  $r$ , кута випередження  $\varphi$ , радіального припуску на обробку  $a_p$  та величини перекриття рядків  $a_e$  [19].

У рівняннях (9а), (9б), (9в) та (9г) величина  $K=1-a_p/r$  (див. табл. 1).

На рис. 5 а та рис. 5 б графічно продемонстровано зміну відповідно кутів врізання та виходу для різних варіацій радіальної глибини різання та кута випередження при зустрічному фрезеруванні.

Симуляція проводилась для фрези радіусом 5 мм.

### 4. ВИСНОВКИ

В першій частині роботи визначаються вихідні дані, необхідні для побудови діаграм сталості процесу фрезерування похилих поверхонь сферичними кінцевими фрезами. Для визначення питомих складових сили різання запропоновано розглядати силу різання вздовж нормалі до шару, що зрізується.

Також наведені оригінальні формули для визначення кутів врізання та виходу як функцій, що залежать від кута випередження  $\varphi$ , радіальної глибини різання  $a_p$  та величини перекриття рядків  $a_e$ ; графічно продемонстровано зміну значень цих кутів для різних варіацій радіальної глибини різання та кута випередження при зустрічному фрезеруванні.

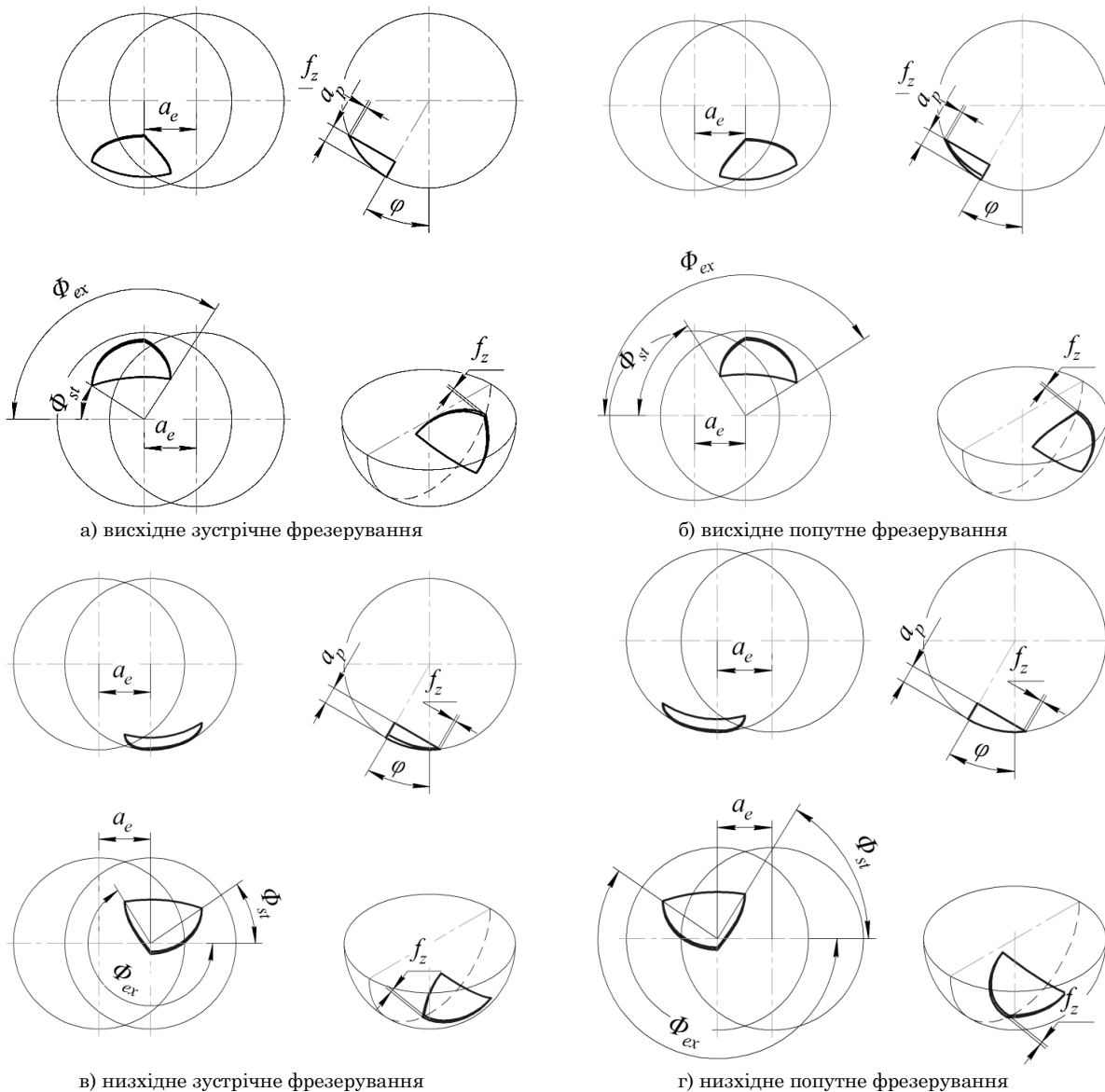
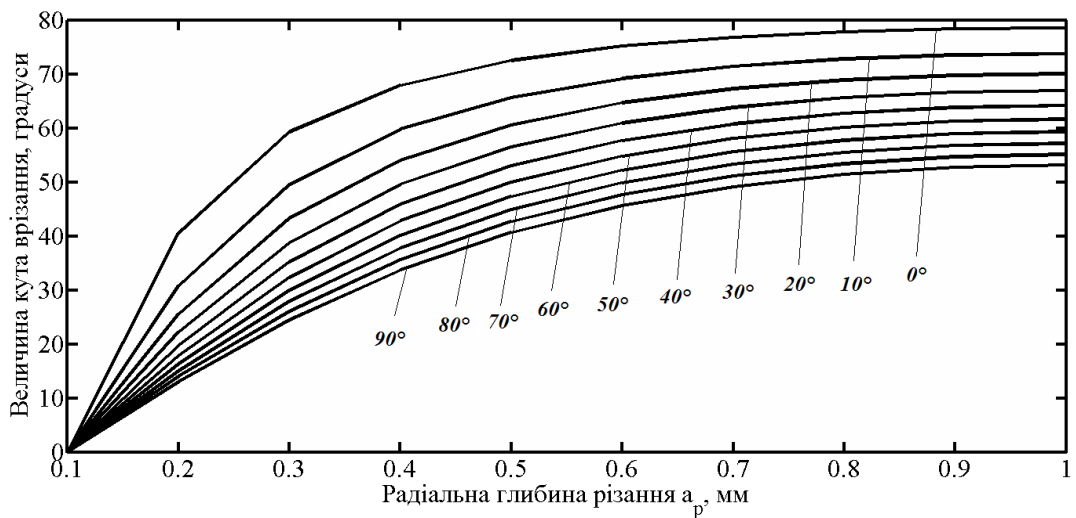


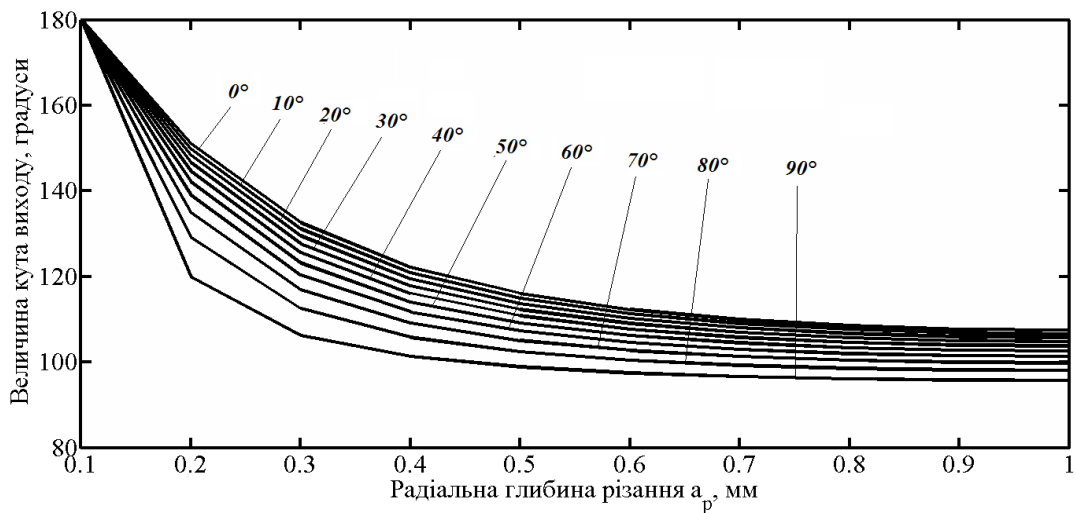
Рис. 4. Схеми для визначення кутів врізання та виходу

**Таблиця 1** – Математичні залежності визначення характеристик плям контакту у процесі обробки сферичними фрезами

Напрямок	Схема різання	
	Зустрічна	Попугна
Висхідна	$\phi_{st} = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-K^2}}{K \sin \varphi}$ $\phi_{ex} = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} \left( \frac{a_e}{r \sin \varphi \sqrt{4 - \frac{a_e^2}{r^2}}} \right)$ <p style="text-align: right;">(9а)</p>	$\phi_{st} = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \left( \frac{a_e}{r \sin \varphi \sqrt{4 - \frac{a_e^2}{r^2}}} \right)$ $\phi_{ex} = \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-K^2}}{K \sin \varphi}$ <p style="text-align: right;">(9б)</p>
Низхідна	$\phi_{st} = -\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-K^2}}{K \sin \varphi}$ $\phi_{ex} = \frac{3\pi}{2} - \operatorname{arctg} \left( \frac{a_e}{r \sin \varphi \sqrt{4 - \frac{a_e^2}{r^2}}} \right)$ <p style="text-align: right;">(9в)</p>	$\phi_{st} = -\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} \left( \frac{a_e}{r \sin \varphi \sqrt{4 - \frac{a_e^2}{r^2}}} \right)$ $\phi_{ex} = \frac{3\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-K^2}}{K \sin \varphi}$ <p style="text-align: right;">(9г)</p>



а)



б)

**Рис. 5.** Зміна кутів врізання (а) та виходу (б) при зміні  $a_p$  та  $\varphi$  для висхідного зустрічного фрезерування

# A method of stability lobes prediction in ball end milling of inclined surfaces.

## Part 1. Source data

O. O. Shtehin<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Zhytomyr state technological university, 103, Chernyakhovsky str., Zhytomyr, Ukraine, 10005

In this paper a method for prediction of stability lobes for the milling of inclined surfaces with spherical end mills is developed. The first part of the paper describes the source data of calculation procedure. They are specific cutting force components, values of insertion and exit angles. To determine the latter values the original equation describing the variation of angles for various the radial depths of cut, the amount of overlap and lead angle is proposed. To analyze the stability of the spherical end milling of inclined surfaces it is proposed to take into account the cutting force acting normal to a cut-off layer. Made a priori assumption that for small lead angle the process will be more stable in a down milling than when ascending, and vice versa, with the lead angle close to 90°, the process will be more stable to the upward milling. Confirmation of this hypothesis will be considered in the analysis of stability lobes and experimental studies in the second part of the paper.

**Key words:** chatter vibration, stability lobes diagram, ball end milling, CNC machining, end mill.

## Метод построения диаграмм устойчивости при фрезеровании наклонных поверхностей сферическими концевыми фрезами. Часть 1. Выходные данные

А. А. Штегин<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Житомирский государственный технологический университет, ул. Черняховского, 103, г. Житомир, Украина, 10005

В работе предложен метод построения диаграмм устойчивости для обработки наклонных поверхностей сферическими концевыми фрезами. В первой части работы описываются исходные данные, необходимые для построения диаграмм устойчивости. Они включают в себя удельные составляющие силы резания, углы врезания и выхода. Для определения последних предложены оригинальные уравнения, описывающие изменение значений углов для различных вариаций радиальной глубины резания, величины перекрытия и угла опережения. Для анализа устойчивости процесса обработки сферическими фрезами наклонных поверхностей предложено учитывать силы резания, действующие по нормали к срезаемому слою. Сделано априорное предположение, что для малых значений углов опережения процесс обработки будет более устойчивым при нисходящем фрезеровании, чем при восходящем, и наоборот, при значениях угла опережения, близких к 90°, процесс обработки будет более устойчивым по восходящем фрезеровании. Подтверждение этой гипотезы будет рассмотрено при анализе диаграмм устойчивости и экспериментальных исследований во второй части работы.

**Ключевые слова:** вибрации при резании, динамическая устойчивость, диаграммы устойчивости, сферические фрезы, станки с ЧПУ, конечное фрезерование.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Дроздов Н. А. К вопросу о вибрациях при токарной обработке / Н. А. Дроздов // Станки и инструмент. – 1937. – № 22. – С. 10–17.
2. Каширин А. И. Исследование вибраций при резании металла / А. И. Каширин. – М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1944. – 133 с.
3. Соколовский А. П. Вибрации при работе на металлорежущих станках / А. П. Соколовский // Исслед. колебаний металлорежущих станков при резании металлов: сб. тр. – М.: Mashgiz, 1958. – 120 с.
4. Штейнберг В. С. Исследование вибраций при токарной обработке металлов / В. С. Штейнберг // Вестник металлопромышленности. – 1936. – № 12–13. – С. 83–87.
5. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения (диссертация и статьи) / А. М. Ляпунов, Х. Н. Мюнц, В. Стеклов – ОНТИ, Главная редакция общетехнической литературы, 1935.
6. Das M.K. The Relation Between the Static and the Dynamic Cutting Forces of Metals / M. K. Das, S. A. Tobias // International Journal of Machine Tool Design and Research, 1967. – Vol. 7, P. 63–89.
7. Das M. K. Machine tool chatter / M. K. Das // Chartered Mechanical Engineer. – 1981. – Vol. 28. – Issue 8. – pp. 22–27.
8. Tobias S. A. Theory of regenerative machine tool chatter / S. A. Tobias, W. Fishwick // The engineer. – 1958. – Vol. 205. – Issue 7. – P. 199–203.
9. Tobias S. A. The chatter of lathe tools under orthogonal cutting conditions / S. A. Tobias, W. Fishwick // Trans. ASME. – 1958. – Vol. 80. – Issue 2. – P. 1079–1088.
10. Тлусты И. Автоколебания в металлорежущих станках. пер. с чеш / И. Тлусты. – М.: Mashgiz, 1956. – 121 с.
11. Tlusty J. A Method of Analysis of Machine Tool Stability / J. Tlusty // Proc. of the 6th MTDR Conference, Manchester 1965, Pergamon Press.
12. Altintas Y. Analytical prediction of chatter stability lobes in milling / Y. Altintas, E. Budak // CIRP Annals-Manufacturing Technology. – 1995. – Vol. 44. – Issue 1. – P. 357–362.
13. Budak E., Altintas Y. Analytical prediction of chatter stability in milling – part I: general formulation / E. Budak, Y. Altintas // Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. – 1998. – Vol. 120. – Issue 1. – P. 22–30.
14. Budak E. Analytical prediction of chatter stability in milling – part II: application of the general formulation to common milling systems / E. Budak, Y. Altintas // Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. – 1998. – Vol. 120. – Issue. 1. – P. 31–36.
15. Altintas Y. Analytical prediction of stability lobes in ball end milling / Y. Altintas // Journal of manufacturing science and engineering. – 1999. – Vol. 121. – Issue. 4. – P. 586–592.
16. Ozturk E. Investigation of lead and tilt angle effects in 5-axis ball-end milling processes / E. Ozturk, L. T. Tunc, E. Budak // International Journal of Machine Tools and

Manufacture. – 2009. – Vol. 49. – Issue 14. – P. 1053–1062.

17. Mousseigne M. Predicting the dynamic behaviour of torus milling tools when climb milling using the stability lobes theory / M. Mousseigne // *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. – 2013. – Vol. 65. – P. 47–57.

18. Kim S. J. Prediction of chatter in NC machining based on a dynamic cutting force model for ball end milling / Kim S. J., Lee H. U., Cho D. W. // *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. – 2007. – Vol. 47. – Issue 12. – P. 1827–1838.

## REFERENCES

1. Drozdov N. A. (1937). *Stanki i instrument – Machines and tools*. Vol. 22. pp. 10-17 [in Russian]
2. Kashirin A. I. (1944). *Issledovaniye vibratsiy pri rezanii metalla*. Leningrad: AS USSR [in Russian]
3. Sokolovsky A. P. (1958). *Vibratsii pri rabote na metallorezhushchikh stankakh*. Moscow.: Mashgiz, 15-18 [in Russian]
4. Shteinberg V. S. (1936). *Vestnik metallopromyshlennosti*. Vol. 12-13. pp. 83-87 [in Russian]
5. Lyapunov A. M., Myuntts, H. N., Steklov, V. (1935). *Obshchaya zadacha ob ustoychivosti dvizheniya (dissertatsiya i stati)*. ONTI, Glavnaya redaktsiya obshchetekhnicheskoy literatury [in Russian].
6. Das M. K., & Tobias S. A. (1967). *International Journal of Machine Tool Design and Research*, 7(2), pp. 63-89.
- Das M. K. (1981). *CHARTERED MECH. ENG.*, 28(9), 22-27.
7. Tobias S. A., & Fishwick W. (1958). *The engineer*, 205(7), 199-203.
8. Tobias S. A., & Fishwick W. (1958). *Trans. ASME*, 80(2), 1079-1088.
9. Tlustý J. (1956). *Avtokolebaniya v metallorezhushchikh stankakh (Trans. from the Czech)*. [in Russian]
10. Tlustý J. (1965, September). In *Proceeding MTDR* (pp. 5-14).
11. Altıntaş Y., & Budak E. (1995). *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 44(1), 357-362.

19. Штегін О. О. Визначення кутів врізання та виходу при обробці похилих поверхонь сферичними кінцевими фрезами / О. О. Штегін // *Вісник Житомирського державного технологічного університету*. Серія: Технічні науки. – 2014. – №. 3 (70).

20. Ємельяненко С. С. Підвищення ефективності процесу кінцевого фрезерування шляхом забезпечення динамічної стійкості технологічної системи: дис. канд. техн. наук: 05.03.01 / С. С. Ємельяненко. – Х., 2008. – 204 с.

12. Budak E., & Altintas Y. (1998). *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 120(1), 22-30.

13. Budak E., & Altintas Y. (1998). *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 120(1), 31-36.

14. Altintas Y., Shamoto E., Lee P., & Budak E. (1999). *Journal of manufacturing science and engineering*, 121(4), 586-592.

15. Ozturk E., Tunc L. T., & Budak E. (2009). *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 49(14), 1053-1062.

16. Mousseigne M., Landon Y., Seguy S., Dessein G., & Redonnet J. M. (2013). *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 65, 47-57.

17. Kim S. J., Lee H. U., & Cho D. W. (2007). *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 47(12), 1827-1838.

18. Shtehin O. O. (2014). *Visnyk ZHDTU*, 3(70). [in Ukrainian].

19. Yemelyanenko S. S. (2008) *Pidvyshchennya efektyvnosti protsesa kintsevoho frezeruvannya shlyakhom zabezpechennya dinamichnoyi stiykosti tekhnolohichnoyi systemy [Increasing of finish milling process effectiveness by using dynamic stability providing of technological system]*. Candidate's thesis. Kharkiv [in Ukrainian].