



## Особенности колебаний роторов турбокомпрессоров в неустойчивой области частот вращения

В. И. Симоновский<sup>1)</sup>, В. А. Василевский<sup>2)</sup>

<sup>1), 2)</sup> Сумский государственный университет, ул. Римского-Корсакова, 2, г. Сумы, Украина, 40007

### Article info:

Paper received:

19 November 2014

The final version of the paper received:

11 December 2014

Paper accepted online:

08 January 2015

### Correspondent Author's Address:

<sup>1)</sup> prsima@mail.ru

<sup>2)</sup> Zacaga12@gmail.com

Разработана упрощенная двухмассовая модель роторной системы, учитывающая нелинейные реакции жидкостного слоя подшипников скольжения. Для этой модели ротор предварительно приводится к дискретной системе, в которой эквивалентные массы оцениваются по данным расчёта собственных частот и форм МКЭ-модели ротора. Путем численного интегрирования системы дифференциальных уравнений и последующего спектрального анализа закона движения выявлены закономерности влияния подшипников на устойчивость и развитие амплитуд субгармонических составляющих по мере увеличения частоты вращения. Показано, что потеря устойчивости происходит при частотах вращения, превышающих утроенную первую критическую частоту. Установлено, что сопротивление подшипников в реальных пределах его изменения в процессе эксплуатации мало влияет на область устойчивости. Развитие амплитуды субгармонической составляющей до недопустимых величин происходит в сравнительно небольшом диапазоне частот вращения в неустойчивой области частот вращения. Для рассмотренного модельного ротора этот диапазон находится в пределах примерно с 13450 до 13900 об/мин.

**Ключевые слова:** ротор, турбокомпрессор, дискретная модель, подшипник скольжения, субгармоническая составляющая.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Экспериментальные исследования колебаний роторов турбокомпрессоров [1,2] показали, что в некоторых случаях наряду с синхронной прецессией появляются несинхронные составляющие колебаний ротора, в частности субгармоническая составляющая, с частотой, равной первой критической частоте. Эта составляющая возникает при потере устойчивости вращения ротора [3]. Однако в некоторой зоне частот вращения, превосходящих граничную по устойчивости, амплитуды субгармоники сравнительно невелики и практически находятся в допустимых пределах. Поэтому сам факт потери устойчивости в ряде случаев еще не означает аварийного состояния, но может служить диагностическим предупреждением о возможном нежелательном его развитии. Поэтому практический интерес представляет изучение закономерностей развития амплитуд субгармонической составляющей.

В области исследования нелинейной динамики роторных систем в подшипниках скольжения существенный вклад внесли М. Адамс, Е. Г. Голоскоков, В. А. Гробов, А. И. Гурин, Ф. М. Диментберг, И. Б. Каринцев, А. С. Кельзон, Я. Кисински, М. В. Коровчинский, М. Я. Кушуль, Э. Л. Позняк, В. И. Симоновский, А. Тондл, С. Шоу,

Н. Г. Шульженко. Вопросы динамики роторов центробежных насосов рассмотрены в трудах В. А. Марцинковского, где, в частности, изложены основы теории расчёта реакций уплотнений проточной части, которые являются при некоторых условиях основным фактором потери устойчивости в центробежных насосах. В турбокомпрессорах таким фактором являются реакции сегментных подшипников, влияние которых было изучено как теоретически, так и экспериментально с помощью стенда со специальным модельным ротором [1–5]. Устойчивость турбокомпрессоров высокого давления рассматривалась в [6], где наряду с подшипниками учитывалось влияние сотовых уплотнений.

Целью настоящей работы является изучение влияния динамических коэффициентов сегментных подшипников (коэффициентов сопротивления и циркуляционной силы) на устойчивость и субгармонические автоколебательные составляющие колебаний ротора турбокомпрессора в неустойчивой области частот вращения. Исследование выполнено с помощью двухмассовой модели, учитывающей нелинейные реакции смазочного слоя подшипников.

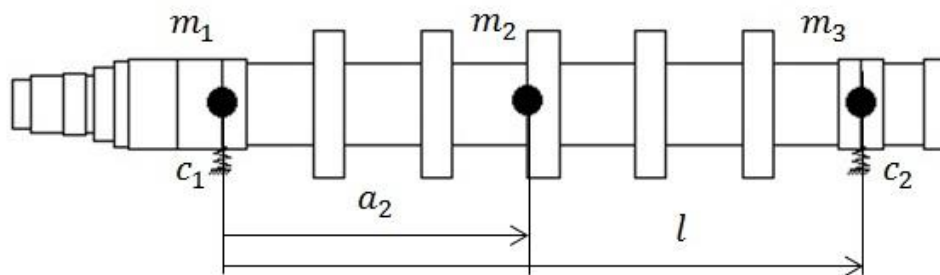


Рис. 1. Расчетная схема МКЭ-модели модельного ротора

## 2. ДИСКРЕТНАЯ ДВУХМАССОВАЯ МОДЕЛЬ РОТОРА

Рассматривался модельный ротор, который использовался при проведении экспериментов на экспериментальном стенде НПО им. Фрунзе [1]. Масса ротора 150 кг, диаметр опорных шеек 90 мм. На рисунке 1 приведена расчетная схема этого ротора.

Дискретная двухмассовая модель строилась в соответствии со схемой, приведенной на рисунке 2.

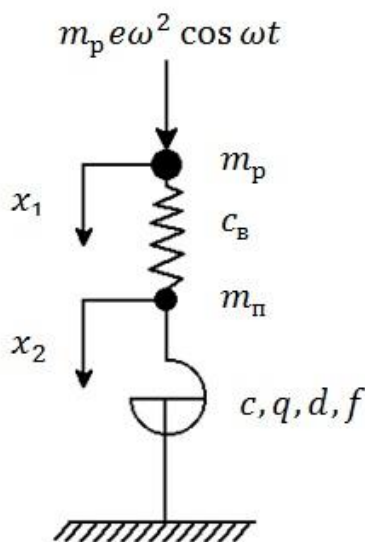


Рис. 2. Упрощенная двухмассовая схема модельного ротора

На рисунке обозначено:  $m_p = m_2$  – эквивалентная масса ротора;  $m_n = m_1 + m_3$  – эквивалентная масса подшипников;  $q = 2\delta\omega d_n$  – эквивалентный коэффициент циркуляционной силы;  $d = 2d_n$  – эквивалентный коэффициент сопротивления подшипников;  $f = 2f_n$  – эквивалентный коэффициент нелинейной части реакции жидкостного слоя;  $c = c_1 + c_2$  – эквивалентная жесткость подшипников;  $\omega$  – частота вращения ротора. Диапазоны величин коэффициентов сопротивления  $d_n$ , коэффициентов циркуляционных сил  $\delta$ , нелинейного коэффициента жесткости  $f_n$ , жесткостей подшипников  $c_1, c_2$  варьировались при компьютерном исследовании в пределах значений, измеренных на экспериментальном стенде НПО им. Фрунзе [1] с помощью методов идентификации, изложенных в [4].

Коэффициенты  $m_1, m_2, m_3$  определялись на основе метода расчета эквивалентных масс трехмассовой

модели по данным расчета собственных частот и форм МКЭ-модели роторной системы [5].

На рисунке показаны точки расположения подлежащих оцениванию масс  $m_1, m_2, m_3$ . В результате оценивания было получено:  $m_1 = 43,4$  кг,  $m_2 = 66,9$  кг,  $m_3 = 47,7$  кг. При этом погрешности расчета первых трех критических частот дискретной трехмассовой модели по сравнению с полученными по программе МКЭ-модели составили соответственно 1,3, 24,1 и 2,4 %.

В таблице 1 приведены значения первых трех критических частот, определенных КЭ-расчетом и с помощью дискретной трехмассовой модели.

Таблица 1 – Результаты расчета критических частот

Критическая частота	$\omega_1, 1/c$	$\omega_2, 1/c$	$\omega_3, 1/c$
МКЭ-модель	433	1150	1486
Трехмассовая модель	438	1427	1521

Предполагая приблизительно симметрию расположения масс на валу, принимаем эквивалентную схему, представленную выше на рис. 2. Следует заметить, что использование 3 и более массовых схем приводит к существенному усложнению математической модели, что влечёт за собой увеличение времени численного интегрирования (до 8–10 часов для просчёта одного варианта) и в ряде случаев к накоплению недопустимых погрешностей. В то же время, как показали сопоставительные расчёты, двухмассовая модель даёт практически те же результаты.

Уравнения динамики ротора, соответствующие схеме рис. 2, записываются в виде

$$\begin{cases} m_p \ddot{x}_1 + c_e (x_1 - x_2) = m_p e \omega^2 \cos \omega t, \\ m_p \ddot{y}_1 + c_e (y_1 - y_2) = m_p e \omega^2 \sin \omega t, \\ m_n \ddot{x}_1 + c_e (x_2 - x_1) + c x_2 + d \dot{x}_2 + q y_2 + f r^2 x_2 = 0, \\ m_n \ddot{y}_1 + c_e (y_2 - y_1) + c y_2 + d \dot{y}_2 - q x_2 + f r^2 y_2 = 0. \end{cases} \quad (1)$$

В (1) обозначено:  $x_1, y_1$  – координаты центра масс ротора;  $x_2, y_2$  – координаты центров сечений под подшипниками.

Для удобства вычислений целесообразно перейти к безразмерному времени согласно соотношениям:

$$\begin{aligned} \tau &= \omega_0 t, \\ x(t) &\rightarrow x(\tau(t)), \\ \frac{dx(\tau(t))}{dt} &= \frac{dx(\tau(t))}{d\tau} \cdot \frac{d\tau}{dt} = \omega_0 \frac{dx}{d\tau}, \\ \frac{d^2 x(\tau(t))}{dt^2} &= \omega_0^2 \frac{d^2 x}{d\tau^2}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\omega_0$  – базовая частота вращения. В качестве базовой частоты  $\omega_0$  взята первая критическая частота дискретной модели.

С учетом этих соотношений система (1) примет вид

$$\begin{cases} m_p \omega_0 \ddot{x}_1 + c_6 (x_1 - x_2) = m_p e \omega_0^2 \bar{\omega}^2 \cos \bar{\omega} \tau, \\ m_p \omega_0 \ddot{y}_1 + c_6 (y_1 - y_2) = m_p e \omega_0^2 \bar{\omega}^2 \sin \bar{\omega} \tau, \\ m_n \omega_0 \ddot{x}_1 + c_6 (x_2 - x_1) + c x_2 + d \omega_0 \dot{x}_2 + q y_2 + f r^2 x_2 = 0, \\ m_n \omega_0 \ddot{y}_1 + c_6 (y_2 - y_1) + c y_2 + d \omega_0 \dot{y}_2 - q x_2 + f r^2 y_2 = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь  $\bar{\omega} = \omega / \omega_0$  – относительная частота;  $c_6 = 1 / \delta_{22}$  – жесткость вала, где  $\delta_{22}$  – податливость вала, которая численно равна прогибу в точке расположения массы  $m_2$  от единичной силы, приложенной в той же точке.

Колебания ротора исследовались путём численного интегрирования уравнений (3) с последующим спектральным анализом в программном комплексе Maple.

### 3. АНАЛИЗ ДИНАМИКИ РОТОРА

При компьютерном исследовании варьировались частота вращения ротора  $\omega$ , а также коэффициенты реакций смазочного слоя подшипника  $\delta$ ,  $d_n$  и  $f_n$ .

Как показали ранее проведенные исследования динамики роторов центробежных машин [3], после потери устойчивости возникают автоколебания с частотой, равной первой собственной частоте ротора, что также подтвердилось экспериментами с ротора-

ми на сегментных подшипниках [1,2]. Поэтому при непосредственном численном интегрировании потеря устойчивости фиксировалась по факту появления автоколебательной субгармонической составляющей.

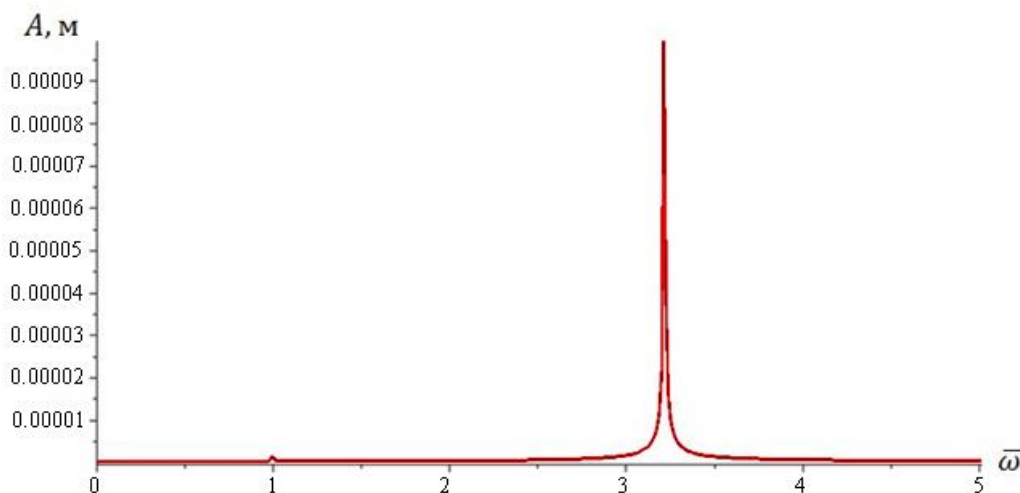
В качестве примера на рисунке 3 приведен спектр колебаний точки  $m_2$  ротора на границе устойчивости.

Как видно из рисунка, при  $\bar{\omega} = 3,23$  имеет место зарождение автоколебательной субгармоники с частотой  $\bar{\omega} = 1$ : в этой точке виден небольшой пик. На рисунках 4 и 5 приведены соответственно установившиеся колебания ротора и их спектр при  $\bar{\omega} = 3,31$  (в неустойчивой области частот вращения).

Рисунок показывает, что при превышении частотой вращения величины  $3,31 \cdot \omega_1$ , где  $\omega_1$  – первая критическая частота – амплитуда несинхронной составляющей сравнивается с амплитудой синхронной прецессии.

Данные, приведенные на рисунках 3, 4, 5, а также серия аналогичных результатов, полученных при варьировании коэффициентов  $d$ ,  $\delta$  и частоты вращения  $\omega$ , позволили построить кривые границ устойчивости для частоты вращения в зависимости от коэффициента  $\delta$  (рис. 6), а также кривые относительных амплитуд несинхронной составляющей в зависимости от частоты вращения (рис. 7).

Приведенные кривые показывают, что увеличение коэффициента сопротивления  $d_n$  (в пределах измерений реально возможных при работе турбокомпрессора) увеличивает область устойчивости, однако весьма незначительно. С ростом коэффициента циркуляционных сил  $\delta$  область устойчивости увеличивается. Полученные результаты также свидетельствуют о том, что потеря устойчивости модельного ротора происходит при частотах вращения превышающих  $3,2 \cdot \omega_1$ , т.е. для частоты вращения примерно  $1400 \text{ 1/c}$  ( $13450 \text{ об/мин}$ ).



**Рис. 3.** Спектр колебаний ротора на границе устойчивости при  $\delta = 0,3$ ,  $d_n = 3,5 \cdot 10^4 \text{ кг/с}$ ,  $f_n = 0,3 \cdot 10^6 \text{ кг/м}^2 \text{ с}^2$ ,  $\bar{\omega} = 3,23$  ( $n = 13520 \text{ об/мин}$ )

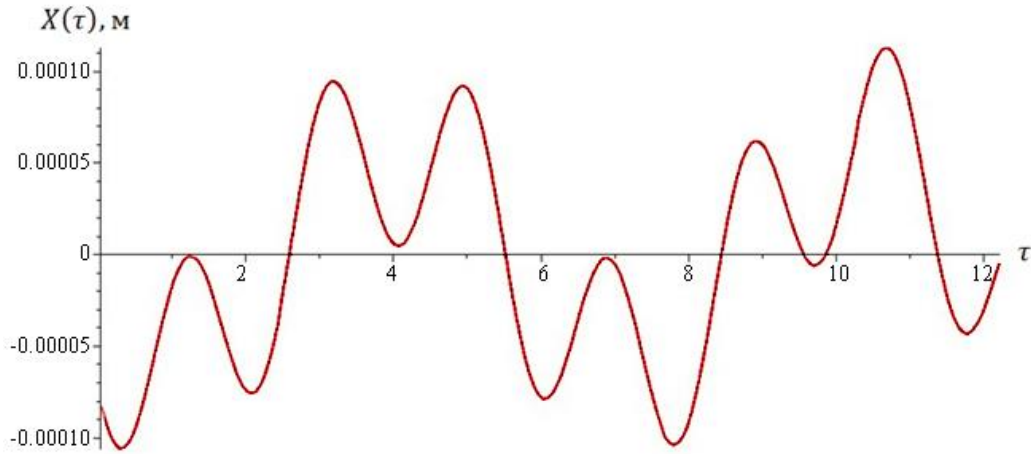


Рис. 4. Перемещения центра масс ротора в неустойчивой области частот вращения при  $\delta = 0,3$ ,  $d_n = 3,5 \cdot 10^4$  кг/с,  $f_n = 0,3 \cdot 10^6$  кг/м<sup>2</sup>с<sup>2</sup>,  $\bar{\omega} = 3,31$  ( $n = 13850$  об/мин)

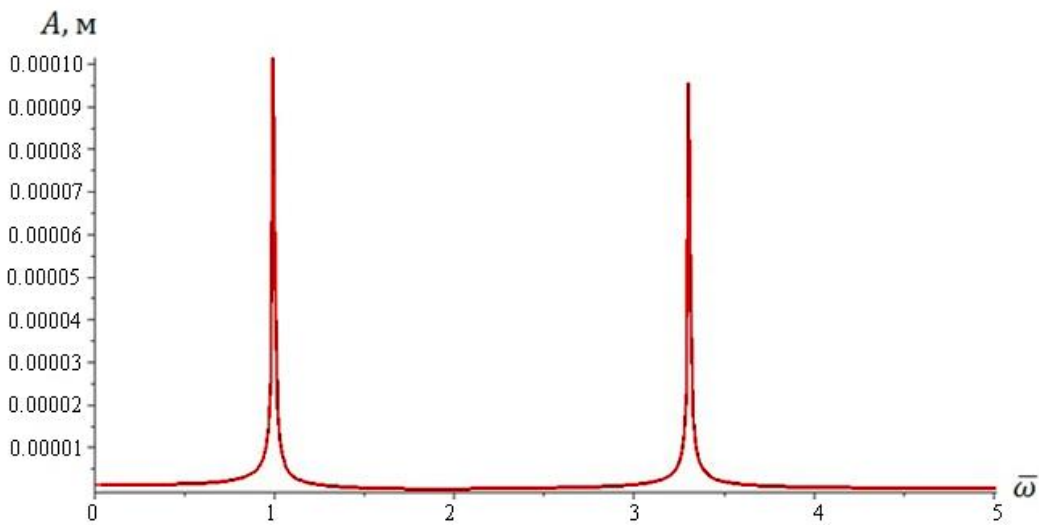


Рис. 5. Спектры колебаний ротора, приведенные на рисунке 4

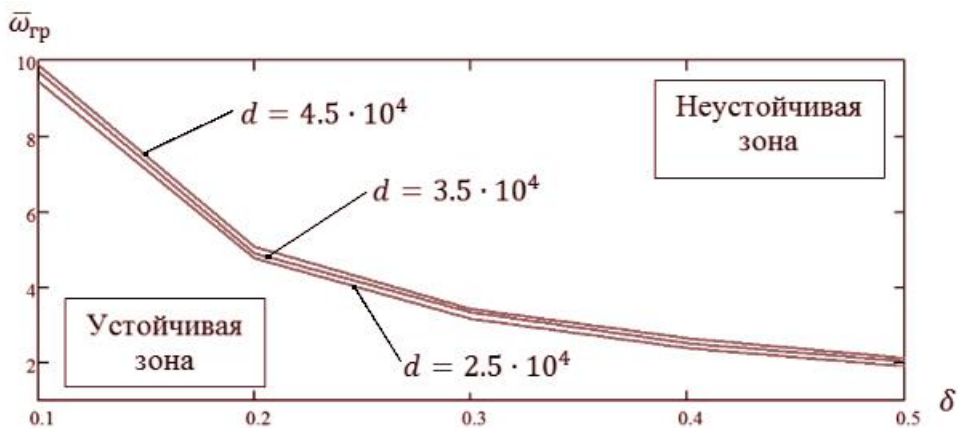
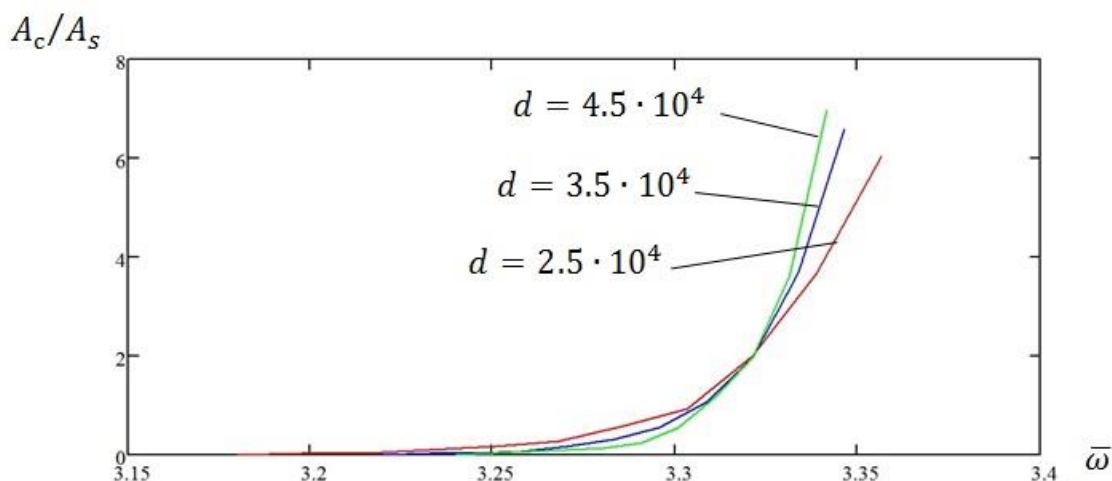


Рис. 6. Границы области устойчивости для разных значений коэффициента сопротивления подшипников (при  $\delta = 0,3$ )

При этом развитие амплитуды субгармонической составляющей до опасных величин (до сравнения с амплитудой синхронной составляющей) происходит при относительно небольшом увеличении частоты вращения: с 13450 до 13900 об/мин (см. рис. 7). Полученные результаты полностью согласуются с

экспериментальными данными, приведенными в [1,2]. Это объясняется тем, что величины коэффициентов реакций смазочного слоя подшипника  $\delta, d_n$  и  $f_n$  приняты те же, что и в указанных работах.



**Рис. 7.** Зависимость  $A_c/A_s$  от относительной частоты вращения  $\bar{\omega}$  для разных значений коэффициента сопротивления подшипников:  $A_s$  – амплитуда синхронной прецессии;  $A_c$  – амплитуда несинхронной прецессии

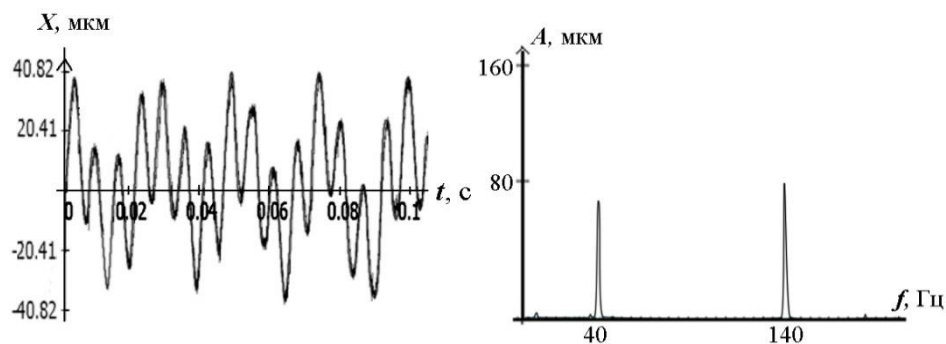
В них они определены с помощью методов идентификации по экспериментальным данным, разработанным в [4].

В качестве примера приведём сравнение экспериментально полученных колебаний центра ротора и их спектра (рис. 8) [2] с соответствующими данными, вычисленными с помощью математической модели (рис. 9).

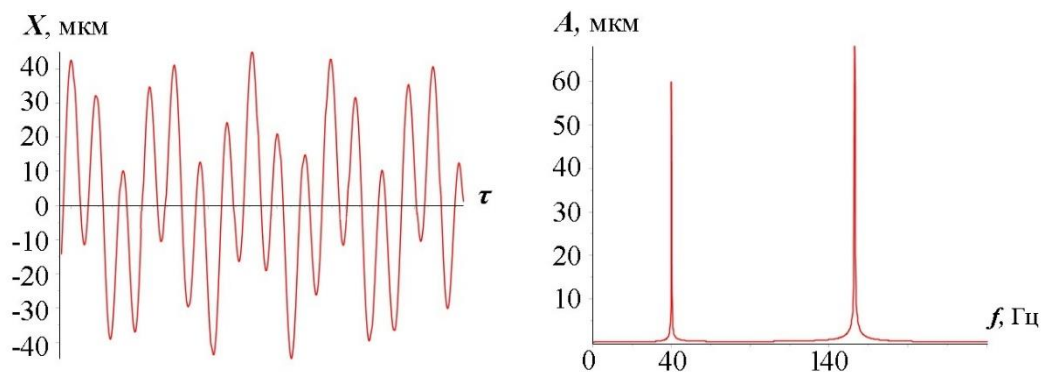
Спектры получены для модельного ротора на 5-клиновых подшипниках.

Как видно из рисунка, за границей потери устойчивости, равной 140 Гц, на частоте примерно 160 Гц амплитуда автоколебательной составляющей с ча-

стойкой 43 Гц (т.е. равной первой собственной) уже становится соизмеримой с амплитудой синхронной прецессии. Качественно картина полностью согласуется с данными, полученными на математической модели: субгармоника имеет частоту, равную первой собственной, амплитуда автоколебательной составляющей сравнительно быстро возрастает по мере превышения частоты вращения ротора. Граничная по устойчивости частота вращения несколько превышает утроенную первую собственную.



**Рис. 8.** Экспериментально полученные колебания центра ротора и их спектра



**Рис. 9.** Колебания центра ротора и их спектра, полученные с помощью математической модели

#### 4. ВЫВОДЫ

Разработана упрощенная двухмассовая модель роторной системы, позволяющая исследовать влияние нелинейных реакций смазочного слоя подшипников на устойчивость и поведение ротора в неустойчивой области частот вращения. Показано, что потеря устойчивости происходит при частотах вращения, превышающих утроенную первую

собственную частоту. Сопротивление подшипников в реальных пределах изменения мало влияет на область устойчивости. Развитие амплитуды субгармонической составляющей до недопустимых величин происходит на сравнительно небольшом диапазоне частот вращения в неустойчивой области.

#### Features of the turbocharger's rotor vibration in unstable region

V. I. Symonovsky<sup>1)</sup>, V. O. Vasylevskyi<sup>2)</sup>

*<sup>1), 2)</sup> Sumy State University, 2, Rimsky Korsakov Str., Sumy, Ukraine, 40007*

Two-mass simplified model of a rotor system, which takes into account nonlinear reaction of liquid layer of plain bearings, is developed. The rotor is discretized to finite mass system where equivalent masses are calculated based on FE eigenvalue and eigenform estimation. Application of numerical integration of differential equations and spectral analysis helped to reveal the effect of bearings on the rotor stability and development of the amplitudes of the subharmonic component of rotor vibration under increasing of rotor speed. It is shown that the loss of stability occurs at speeds that exceed the critical eigenvalue three times. It is found that bearing damping (with possible fluctuations of temperature and operation time) has little effect on the stability region. The increase of the amplitude of the subharmonic component of rotor vibration to unacceptable values occurs on a relatively small speed range in the unstable region. For the considered rotor this range is from about 13450 rpm to 13900 rpm.

**Keywords:** rotor, turbocharger, discrete model, plain bearing, subharmonic component.

#### Особливості коливань роторів турбокомпресорів у нестійкій області

В. І. Симоновський<sup>1)</sup>, В. О. Василевський<sup>2)</sup>

*<sup>1), 2)</sup> Сумський державний університет, вул. Римського-Корсакова, 2, Суми, Україна, 40007*

Розроблена спрощена двомасова модель динаміки роторної системи, яка враховує нелінійні реакції рідинного шару підшипників ковзання. Для цієї моделі ротор попередньо зводиться до дискретної системи, в якій еквівалентні маси оцінюються за даними розрахунку власних частот та форм МСЕ-моделі ротора. На основі використання програм чисельного інтегрування систем диференціальних рівнянь та спектрального аналізу виявлені закономірності впливу підшипників на стійкість та розвиток амплітуд субгармонічних складових у міру зростання частоти обертання. Показано, що втрата стійкості відбувається при частотах обертання, які перевищують потрібну першу критичну. Встановлено, що опір підшипників у реальних межах зміни (при можливих коливаннях температури та часу експлуатації) мало впливає на область стійкості. Розвиток амплітуди субгармонічної складової до неприпустимих величин відбувається на порівняно невеликому діапазоні частот обертання в нестійкій зоні. Для розгляданого модельного ротора цей діапазон знаходиться в межах приблизно з 13450 до 13900 об/хв.

**Ключові слова:** ротор, турбокомпресор, дискретна модель, підшипник ковзання, субгармонічна складова.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Гадыка В. Г. Оценивание влияния нелинейных реакций сегментных подшипников на динамику и устойчивость роторов турбокомпрессоров / В. Г. Гадыка, Д. В. Лейких, В. И. Симоновский // Труды МНТК (Киев, 28–30 сентября 2010 г.). – К.: Ин-т проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, 2011. – С. 17–24.  
2. Гадыка В. Г. Экспериментальное исследование динамики ротора в неустойчивой области частот вращения / В. Г. Гадыка, Д. В. Лейких, В. И. Симоновский // Проблемы машиностроения. – 2009. – Т. 12, № 5. – С.81–85.  
3. Симоновский В. И. Динамика роторов центробежных машин / В. И. Симоновский. – Сумы : Изд-во СумГУ, 2006. –126 с.

4. Симоновський В. І. Уточнення математичних моделей коливальних систем за експериментальними даними / В. І. Симоновський. – Суми : Вид-во СумДУ, 2010. – 92 с.  
5. Гадыка В. Г. Математическая модель ротора турбокомпрессора для исследования несинхронных составляющих вибраций / В. Г. Гадыка, Д. В. Лейких, В. И. Симоновский // Компрессорное и энергетическое машиностроение. – 2010. – № 2 (20). – С.48–50.  
6. Memmot E. A. «Stability and Testing of aTrain of Centrifugal Compressors», CMVA, 15th Machinery Dynamics Seminar, P.11- 20, Banff, Oct. 7–9.

## REFERENCES

1. Gadyaka V. G., Leykih D. V., Simonovskiy V. I. (2011). Trudy Mezhdunarodnoy nauchno-tehnicheskoy konferentsii (Kiev, 28–30 sentyabrya 2010 g.). K.: In-t problem prochnosti im. G. S. Pisarenko NAN Ukrainyi. pp. 17–24. [in Russian].
  2. Gadyaka V. G., Leykih D. V., Simonovskiy V. I. (2009). Problemy mashinostroeniya. Vol. 12. Issue 5. pp.81–85. [in Russian].
  3. Simonovskiy V. I. (2006). Dinamika rotorov tsentrobezhnyh mashin. Sumyi. Izd-vo SumGU. 126 p. [in Russian].
  4. Simonovskiy V. I. (2010). Utochnennyya matematichnih modeley kolivaynykh sistem za eksperimentalnymi danimi. Sumi. Vid-vo SumDU. 92 p. [in Ukrainian].
  5. Gadyaka V. G., Leykih D. V., Simonovskiy V. I. (2010). Kompessornoe i energeticheskoe mashinostroenie. Vol. 2 (20). pp.48–50. [in Russian].
- Memmot E. A. «Stability and Testing of a Train of Centrifugal Compressors», CMVA, 15th Machinery Dynamics Seminar, pp.11-20, Banff, Oct. 7-9.