

Комплексний аналіз механічної системи «верстатний пристрій – заготовка»В. О. Іванов¹⁾, І. В. Павленко²⁾^{1), 2)} Сумський державний університет, вул. Римського-Корсакова, 2, 40007, м. Суми, Україна**Article info:**

Paper received:

April 11, 2017

The final version of the paper received:

May 29, 2017

Paper accepted online:

May 30, 2017

Correspondent Author's Address:¹⁾ ivanov@tmvi.sumdu.edu.ua²⁾ i.pavlenko@omdm.sumdu.edu.ua

Ця стаття присвячена аналізу процесу базування та закріплення корпусних деталей у верстатних пристроях при обробленні на свердлильно-фрезерно-розточувальних верстатах. Характерною особливістю схем базування деталей цього типу є те, що одна з плоских поверхонь використовується як установлювальна база, забезпечуючи стійкість рівноважного положення, зручність базування та усунення вібрацій під час оброблення. У статті розроблено комплексну математичну модель системи «верстатний пристрій – заготовка» з огляду на технологічні особливості процесу базування та закріплення заготовки у верстатному пристрої. Запропоновано методику визначення жорсткості різального інструмента та функціональних елементів верстатних пристроїв. У результаті визначається статичний та динамічний аналіз заготовки у верстатних пристроях під дією просторової системи сил різання та закріплення. Також визначаються власні частоти системи «верстатний пристрій – заготовка» та форми вільних і змущених коливань, амплітудно-частотні характеристики.

Ключові слова: схема базування, функціональний елемент, жорсткість, вільні коливання, власна частота, змущені коливання, сила різання, амплітудно-частотна характеристика.

1. ВСТУП

Верстатні пристрої (ВП) призначені для точного базування та надійного закріплення заготовок при механічному обробленні на металорізальних верстатах і є невід'ємною частиною замкненої технологічної системи «верстат – ВП – різальний інструмент – заготовка». Саме ВП значно впливають на випуск конкурентоспроможної продукції, забезпечуючи задану точність та якість оброблюваних поверхонь, достатню жорсткість технологічної системи, гнучкість виробничого процесу й собівартість кінцевого виробу. Це підтверджується тим, що ВП становлять 70–80 % від загального обсягу технологічного оснащення [1]; в загальному обсязі вартості виробничої системи на частку ВП припадає 10–20 % [2]; 80–90 % витрат часу щодо технологічної підготовки виробництва витрачається на проектування та виготовлення ВП [3]; 40 % бракованих деталей після механічного оброблення є наслідком недосконалої ВП [4]; 70 % нових конструкцій ВП є модифікацією існуючих [5].

Крім того, більшість існуючих методик розрахунку не враховують динамічного характеру процесу різання і взаємодії заготовки з елементами ВП. Таким чином, проблема проектування ВП є актуальною, пов'язаною з важливими міждисциплінарним науково-практичним завданням забезпечення стійкого положення заготовки у ВП у процесі формування поверхонь деталей.

1.1. Сучасний стан досліджень у галузі проектування та дослідження верстатних пристроїв

На цей час у світі розвиваються різні підходи до проектування та дослідження ВП для операцій механічного оброблення деталей різних класів. Для визначення сучасного стану досліджень у галузі проектування ВП та актуальності дослідження розглянуті основні підходи до проектування ВП із позиції взаємодії між ВП та заготовкою.

У праці [6] досліджене тертя між елементами ВП та заготовкою, а також визначені деформації, що виникають у місцях їх контакту. Автори статті [7] створили методику моделювання системи «ВП – заготовка» та визначили вплив попереднього навантаження від дії сил закріплення і сил різання на похибку оброблюваної поверхні. У праці [8] розроблена методика аналізу стійкості системи «ВП – заготовка» та обчислення мінімального зусилля закріплення, необхідного для механічного оброблення, а також досліджений вплив послідовності закріплення заготовки. J. Asante аналітично обчислив і дослідив вплив режимів різання та податливості ВП на стійкість заготовки [9]. У праці [10] наведено спрощену аналітичну модель контактної взаємодії між затискними елементами ВП і заготовкою, а розроблена скінченноелементна модель дозволяє оцінити контактну деформацію в місцях контакту між затискними елементами та заготовкою. Y. Zheng створив скінченноелементну модель визначення стійкості рівноважного положення заготовки у ВП, а також розробив методику оптимізації попереднього навантаження [11]. У праці [12] автори створили математичну модель взаємодії ВП із заготовкою та аналізу детер-

мінованого позиціонування ВП. Автори Y. Rong і Y. Bai мають ряд досліджень у галузі точності оброблення та аналізу стійкості положення ВП, що ґрунтуються на розгляді плоскої задачі та введенні «діючого фактора», який ураховує сили тертя [13]. У праці [14] розроблена методика визначення місць і сил закріплення для забезпечення стійкого положення заготовки у ВП. Дослідження [15] присвячені розробленню методики контролю сили закріплення з урахуванням контактної взаємодії між заготовкою та затискними елементами за допомогою методів нелінійного програмування. У праці [16] досліджено проблему тимчасовості стійкості положення ВП з урахуванням обмеження сили та напрямку її дії в системі «ВП – заготовка». Н. Deng на відміну від квазістатичного підходу попередників розглянула вплив видалення оброблюваного матеріалу на динамічний стан системи «ВП – заготовка» [17]. Автори статті [18] дослідили зміщення заготовки внаслідок сил різання при базуванні за площиною при відомих коефіцієнтах жорсткості функціональних елементів. Накопичений великий досвід дослідження механічної системи «ВП – заготовка» в розрізі забезпечення умов стійкості заготовки у ВП [19, 20], визначення вільних коливань [21], вимушених коливань [22, 23], аналізу жорсткості функціональних елементів [24], розроблення програмних засобів чисельної реалізації алгоритмів розрахунку статичного й динамічного аналізу [25].

Враховуючи, що існуюча інформація щодо визначення місць контакту функціональних елементів (ФЕ) ВП, до яких належать установлювальні та затискні елементи, має рекомендаційний характер і не ґрунтується на аналітичних дослідженнях, а також на підставі того, що існуючі методики розрахунку сил закріплення не враховують умови стійкості заготовки і дають необґрунтовано завищені значення, виконання досліджень є актуальним завданням.

Ця стаття сфокусована на процесі базування та закріплення корпусних деталей у верстатних пристроях при обробленні на свердильно-фрезерно-розточувальних верстатах. Установлення корпусних деталей у ВП здійснюється за трьома основними схемами базування (трьома площинами, двома площинами та отвором, площиною та двома отворами), що становлять 76 % від усіх схем базування деталей цього класу. Характерною особливістю цих схем є те, що одна з плоских поверхонь використовується як установлювальна база, забезпечуючи стійкість, зручність базування та усунення вібрацій під час оброблення [26].

Метою статті є розроблення комплексної математичної моделі системи «верстатний пристрій – заготовка» з огляду на технологічні особливості процесу базування та закріплення корпусних деталей за схемою за трьома площинами та їх закріплення у верстатному пристрої з урахуванням статичного й динамічного аналізу заготовки під дією просторової системи сил різання та закріплення.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

- статичний аналіз системи «верстатний пристрій – заготовка»;
- дослідження власних частот системи та визначення відповідних форм вільних коливань;
- дослідження змушених коливань системи й ви-

значення амплітудно-частотних характеристик;

– створення методики розрахунку системи та розроблення практичних рекомендацій щодо її використання під час проектування ВП.

2. ОСНОВНА ЧАСТИНА

2.1. Статичний аналіз системи «верстатний пристрій – заготовка»

2.1.1. Визначення статичних реакцій у функціональних елементах верстатних пристроїв

Розглянемо консервативну механічну систему, що складається із заготовки, закріпленої в шести опорах 1, 2, ..., 6 у глобальній ортогональній системі координат XYZ із центром у точці O (рис. 1).

Зовнішніми активними силами є:

- а) компоненти сили різання F_x , F_y і F_z , прикладеної в точці A (X , Y , H_1);
- б) сила закріплення Q , прикладена в точці B ($L/2$, $B/2$, H);
- в) вага заготовки G , прикладена в центрі ваги C (X_c , Y_c , Z_c).

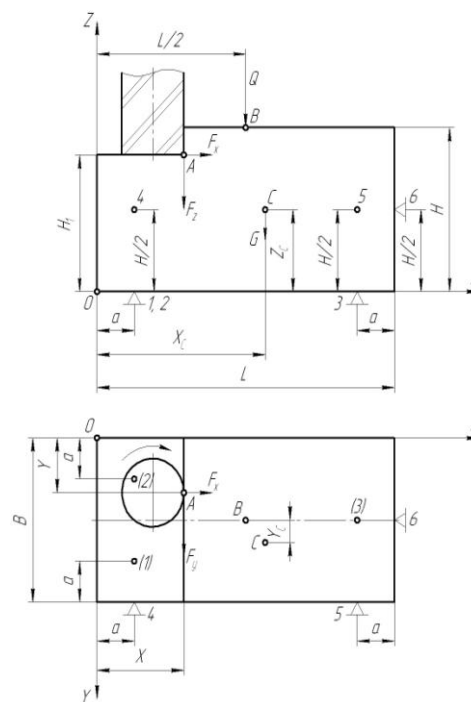


Рисунок 1 – Розрахункова схема механічної системи «верстатний пристрій – заготовка»

У першому наближенні припускається, що жорсткість заготовки перевищує жорсткість функціональних елементів ВП та різального елемента. Це дозволяє розглядати механічну систему як дискретну з шістьма ступенями вільності (поступальний рух уздовж трьох осей просторової ортогональної системи координат та обертання відносно цих осей). Крім того, такий підхід дозволяє в подальшому модальному аналізі визначити критичні частоти як парціальні для механічної системи «ВП – заготовка».

Керуючись принципом звільнення від в'язей, дія опорних поверхонь на заготовку замінюється шістьма реакціями опор R_1 , R_2 , ..., R_6 . Умови рівноваги заготовки у ВП для просторової системи сил мають такий вигляд:

$$\begin{cases} F_x - R_6 = 0, & F_y - R_4 - R_5 = 0, & -F_z - Q - G + R_1 + R_2 + R_3 = 0, \\ F_y H_1 + F_z Y + QB/2 + GY_C - R_1(B-a) - R_2 a - R_3 B/2 - R_4 H/2 - R_5 H/2 = 0, \\ -F_x H_1 - F_z X - QL/2 - GX_C + R_1 a + R_2 a + R_3(L-a) + R_6 H/2 = 0, \\ F_x Y - F_y X + R_4 a + R_5(L-a) - R_6 B/2 = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Одержана система шести лінійних алгебраїчних рівнянь із шістьма невідомими реакціями R_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) у матричній формі має вигляд:

$$[A]\{R\} = \{F\} + \{Q\} + \{G\}, \quad (2)$$

де $[A]$ – матриця коефіцієнтів (напрямних косинусів і плечей сил):

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ B-a & a & B/2 & H/2 & H/2 & 0 \\ a & a & L-a & 0 & 0 & H/2 \\ 0 & 0 & 0 & a & L-a & -B/2 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$\{F\}$, $\{Q\}$, $\{G\}$ – вектори-стовпці сил різання, закріплення і тяжіння:

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ F_y H_1 + F_z Y \\ F_x H_1 + F_z X \\ -F_x Y + F_y X \end{Bmatrix}, \quad \{Q\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ Q \\ QB/2 \\ QL/2 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \{G\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ G \\ GY_C \\ GX_C \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (4)$$

Вектор-стовпець невідомих реакцій опор визначається з рівняння (2) за допомогою методу оберненої матриці:

$$\{R\} = [A]^{-1}(\{F\} + \{Q\} + \{G\}) \quad (5)$$

за умови невиродженої матриці $[A]$:

$$\det[A] = (2a - L)^2 (2a - B) \neq 0, \quad (6)$$

що відповідає одночасному виконанню двох умов: $a \neq L/2$, $a \neq B/2$.

Елементи вектора-стовпця $\{R\}$ є силами реакцій функціональних елементів у результаті дії сил різання, закріплення і тяжіння. Відповідно до теорії базування деталей призначення позицій функціональних елементів при базуванні повинне забезпечувати стійке рівноважне положення заготовки. Оскільки схема базування ВП містить опори однобічної дії, а випадок від'ємних значень реакцій свідчить про відсутність контакту між заготовкою та відповідним функціональним елементом ВП, то необхідно здійснити перевірку умов навантаженості опор:

$$R_i > 0 \quad (i=1, 2, \dots, 6). \quad (7)$$

Аналіз розв'язку (5) показує, що необхідними й

достатніми умовами виконання нерівностей (7) є геометричні та фізичні обмеження:

$$\begin{cases} a < \frac{\min\{B, L\}}{2}, & a < X < \frac{L}{2}, & H_1 > \frac{H}{2}, \\ \frac{F_x}{F_y} < \frac{2(X-a)}{B}, & Q > \frac{B+2a}{B-2a} F_z. \end{cases} \quad (8)$$

Таким чином, статичний аналіз дозволяє визначити рівноважне положення заготовки, щодо якого можливе подальше дослідження динаміки механічної системи «ВП – заготовка».

2.1.2. Визначення коефіцієнтів жорсткості функціональних елементів ВП

Статичні навантаження R_i на податливі опори 1, 2, ..., 6 спричиняють їх деформацію. Відповідні значення переміщень точок опорної поверхні можуть бути визначені емпіричною залежністю

$$s_i = c_i R_i^{n_i}, \quad (9)$$

що може бути одержано шляхом апроксимації існуючих експериментальних даних фізичного або віртуального експерименту.

При цьому апроксимаційна процедура здійснюється за двома параметрами: c_i – коефіцієнт податливості опори; n_i – показник степеня. Відповідна регресійна модель базується на методі мінімізації сумарної квадратичної похибки Δ_i , отриманої після попереднього логарифмування рівняння (9). Метод найменших квадратів

$$\Delta_i = \sum_{j=1}^N (\ln c_i + n_i \ln R_i^{(j)} - \ln s_i^{(j)})^2 \rightarrow \min \quad (10)$$

дозволяє визначити параметри c_i , n_i з таких умов:

$$\frac{\partial \Delta_i}{\partial (\ln c_i)} = 0, \quad \frac{\partial \Delta_i}{\partial n_i} = 0. \quad (11)$$

які зводяться до системи двох рівнянь:

$$\begin{Bmatrix} \ln c_i \\ n_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N & \sum_{j=1}^N \ln R_i^{(j)} \\ \sum_{j=1}^N \ln R_i^{(j)} & \sum_{j=1}^N \ln^2 R_i^{(j)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \sum_{j=1}^N \ln s_i^{(j)} \\ \sum_{j=1}^N \ln R_i^{(j)} \ln s_i^{(j)} \end{Bmatrix}, \quad (12)$$

де j – номер чисельного експерименту; N – кількість експериментальних точок.

У результаті розв'язання рівняння (12) вирази для оцінювання параметрів регресійної моделі набувають такого вигляду:

$$c_i = \exp \left[\frac{\sum_{j=1}^N \ln R_i^{(j)} \sum_{j=1}^N \ln R_i^{(j)} \ln s_i^{(j)} - \sum_{j=1}^N \ln^2 R_i^{(j)} \sum_{j=1}^N \ln s_i^{(j)}}{\left(\sum_{j=1}^N \ln R_i^{(j)} \right)^2 - N \sum_{j=1}^N \ln^2 R_i^{(j)}} \right], \quad (13)$$

$$n_i = \frac{\sum_{j=1}^N \ln R_i^{(j)} \sum_{j=1}^N \ln s_i^{(j)} - N \sum_{j=1}^N \ln R_i^{(j)} \ln s_i^{(j)}}{\left(\sum_{j=1}^N \ln R_i^{(j)} \right)^2 - N \sum_{j=1}^N \ln^2 R_i^{(j)}}.$$

З урахуванням виразу (9) для переміщень точок опорної поверхні можна визначити коефіцієнт k_i жорсткості опори як відношення варіації реакції опори δR_i до варіації переміщення δs_i :

$$k_i = \frac{\delta R_i}{\delta s_i} = \frac{\delta R_i}{c_i n_i R_i^{n_i-1} \delta R_i} = \frac{R_i}{n_i s_i}. \quad (14)$$

Для схеми закріплення за трьома площинами $i = 1, 2$, а відповідні коефіцієнти жорсткості для групи опор 1, 2, 3 – k_1 ; для опор 4, 5, 6 – k_2 .

2.2. Динамічний аналіз системи «верстатний пристрій – заготовка»

2.2.1. Рівняння динаміки

Розглянемо просторовий рух заготовки щодо визначеного у п. 1.1 положення рівноваги, розрахункова схема якої подана на рис. 2.

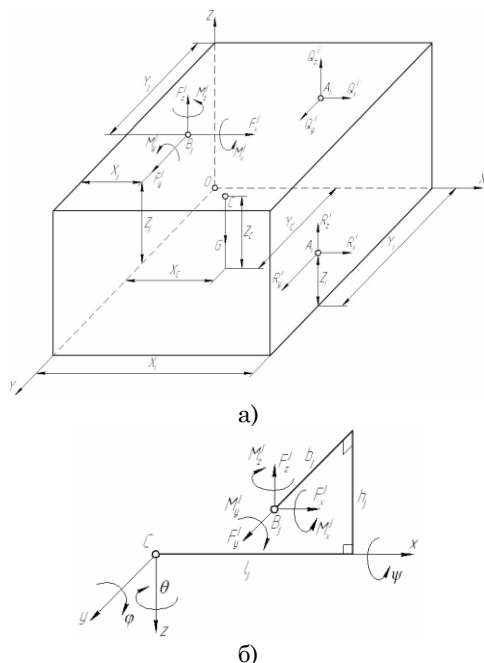


Рисунок 2 – Розрахункова схема (а) і система динамічних складових сил різання (б)

Переміщення x_i, y_i, z_i опорних поверхонь заготовки у ВП стосовно стаціонарного положення, що характеризується статичними переміщеннями, визначеними в результаті статичного розрахунку, можна виразити геометричними співвідношеннями через 6 незалежних параметрів – ступенів вільності заготов-

ки (рис. 3):

а) компоненти переміщення центру мас x_C, y_C, z_C ;
б) кути повороту φ, ψ, θ трьох взаємно перпендикулярних площин $y-z, x-z, x-y$ навколо осей x, y, z локальної системи координат, що проходить через центр мас заготовки C :

$$\begin{aligned} x_i &= x_C - \Delta x_i' + \Delta x_i'', \\ y_i &= y_C + \Delta y_i' + \Delta y_i''', \\ z_i &= z_C + \Delta z_i'' + \Delta z_i''', \end{aligned} \quad (15)$$

де $\Delta x_i', \Delta x_i'', \Delta y_i', \Delta y_i''', \Delta z_i'', \Delta z_i'''$ – додаткові переміщення опор за рахунок кутів повороту θ, φ, ψ (рис. 2), що визначаються тригонометричними співвідношеннями:

$$\begin{aligned} \Delta x_i' &= -b_i \sin \theta + l_i (1 - \cos \theta); & \Delta y_i' &= l_i \sin \theta + b_i (1 - \cos \theta), \\ \Delta x_i'' &= h_i \sin \varphi - l_i (1 - \cos \varphi); & \Delta z_i'' &= l_i \sin \varphi - h_i (1 - \cos \varphi), \\ \Delta y_i''' &= h_i \sin \psi + b_i (1 - \cos \psi); & \Delta z_i''' &= b_i \sin \psi - h_i (1 - \cos \psi). \end{aligned} \quad (16)$$

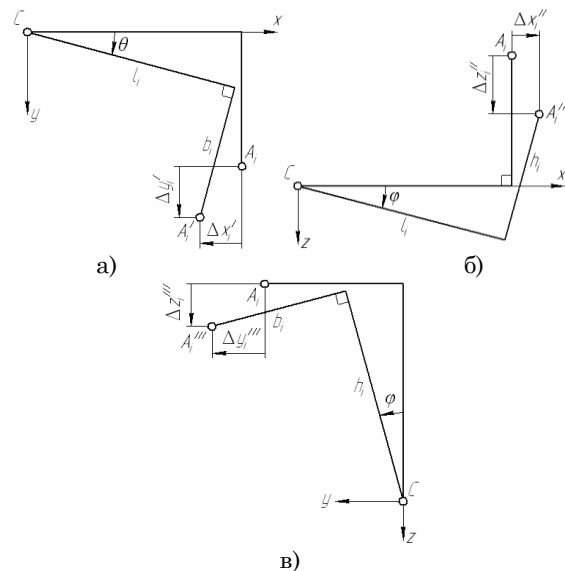


Рисунок 3 – Геометричні співвідношення для визначення додаткових переміщень: $\Delta x_i', \Delta y_i'$ (а); $\Delta x_i'', \Delta z_i''$ (б); $\Delta y_i''', \Delta z_i'''$ (в)

Параметри l_i, b_i, h_i є локальними координатами опор 1, 2, ..., 6, пов'язаними з глобальними координатами X_i, Y_i, Z_i такими співвідношеннями:

$$l_i = X_i - X_C, \quad b_i = Y_i - Y_C, \quad h_i = Z_i - Z_C. \quad (17)$$

Для відносно малих значень деформацій опор вирази (16) можна розкласти в ряд Маклорена, утримуючи члени першого порядку малості:

$$\begin{aligned} \Delta x_i' &= -b_i \theta, & \Delta x_i'' &= h_i \varphi, & \Delta y_i' &= l_i \theta, \\ \Delta y_i''' &= h_i \psi; & \Delta z_i'' &= l_i \varphi, & \Delta z_i''' &= b_i \psi. \end{aligned} \quad (18)$$

При цьому компоненти переміщень опор (15) набувають вигляду:

$$\begin{aligned} x_i &= x_C - b_i\theta + h_i\varphi, \\ y_i &= y_C + l_i\theta + h_i\psi, \\ z_i &= z_C + l_i\varphi + b_i\psi. \end{aligned} \quad (19)$$

Просторовий рух заготовки у ВП можна описати за допомогою теореми про рух центру мас і теореми про зміну кінетичного моменту механічної системи у проекціях на осі локальної системи координат x, y, z :

$$\begin{cases} m\ddot{x}_C = \Sigma F_{sx}^i, & m\ddot{y}_C = \Sigma F_{sy}^i, & m\ddot{z}_C = \Sigma F_{sz}^i, \\ J_{Cx}\ddot{\psi} = \Sigma M_{sx}^i, & J_{Cy}\ddot{\varphi} = \Sigma M_{sy}^i, & J_{Cz}\ddot{\theta} = \Sigma M_{sz}^i, \end{cases} \quad (20)$$

де m – маса заготовки; J_{Cx}, J_{Cy}, J_{Cz} – моменти інерції заготовки відносно осей, що проходять через центр мас; $\ddot{x}_C, \ddot{y}_C, \ddot{z}_C$ – проекції прискорення центра мас на осі координат; $\ddot{\psi}, \ddot{\varphi}, \ddot{\theta}$ – кутові прискорення заготовки відносно осей координат.

Компоненти пружних сил та їх моментів (рис. 2 б) відносно осей координат з урахуванням співвідношень (19) визначаються такими виразами:

$$\begin{aligned} \Sigma F_{sx}^i &= -\Sigma k_x^i x_i = -\Sigma k_x^i (x_C - b_i\theta + h_i\varphi), \\ \Sigma F_{sy}^i &= -\Sigma k_y^i y_i = -\Sigma k_y^i (y_C + l_i\theta + h_i\psi), \\ \Sigma F_{sz}^i &= -\Sigma k_z^i z_i = -\Sigma k_z^i (z_C + l_i\varphi + b_i\psi), \\ \Sigma M_{sx}^i &= \Sigma (-F_{sx}^i h_i - F_{sz}^i b_i) = -\Sigma [k_x^i h_i (y_C + l_i\theta + h_i\psi) + k_z^i b_i (z_C + l_i\varphi + b_i\psi)], \\ \Sigma M_{sy}^i &= \Sigma (-F_{sx}^i l_i - F_{sz}^i l_i) = -\Sigma [k_x^i l_i (x_C - b_i\theta + h_i\varphi) + k_z^i l_i (z_C + l_i\varphi + b_i\psi)], \\ \Sigma M_{sz}^i &= \Sigma (F_{sx}^i b_i - F_{sy}^i l_i) = -\Sigma [-k_x^i b_i (x_C - b_i\theta + h_i\varphi) + k_y^i l_i (y_C + l_i\theta + h_i\psi)]. \end{aligned} \quad (21)$$

Вирази (21) дозволяють записати систему рівнянь (20) у вигляді:

$$\begin{cases} m\ddot{x}_C + \Sigma k_x^i x_C + \Sigma k_x^i h_i\varphi - \Sigma k_x^i b_i\theta = F_x, \\ m\ddot{y}_C + \Sigma k_y^i y_C + \Sigma k_y^i h_i\psi + \Sigma k_y^i l_i\theta = F_y, \\ m\ddot{z}_C + \Sigma k_z^i z_C + \Sigma k_z^i b_i\psi + \Sigma k_z^i l_i\varphi = F_z, \\ J_{Cx}\ddot{\psi} + \Sigma k_x^i h_i y_C + \Sigma k_x^i b_i z_C + \Sigma (k_x^i h_i^2 + k_z^i b_i^2)\psi + \Sigma k_z^i l_i b_i\varphi + \Sigma k_y^i l_i h_i\theta = M_x, \\ J_{Cy}\ddot{\varphi} + \Sigma k_x^i l_i x_C + \Sigma k_z^i l_i z_C + \Sigma k_y^i l_i h_i\psi + \Sigma (k_x^i l_i^2 + k_z^i l_i^2)\varphi - \Sigma k_x^i b_i h_i\theta = M_y, \\ J_{Cz}\ddot{\theta} - \Sigma k_x^i b_i x_C + \Sigma k_y^i l_i y_C + \Sigma k_y^i l_i h_i\psi - \Sigma k_x^i h_i b_i\varphi + \Sigma (k_x^i b_i^2 + k_y^i l_i^2)\theta = M_z. \end{cases} \quad (22)$$

де m – маса заготовки; J_{Cx}, J_{Cy}, J_{Cz} – моменти інерції заготовки відносно осей, що проходять через центр мас; $\ddot{x}_C, \ddot{y}_C, \ddot{z}_C$ – проекції прискорення центра мас на осі координат; $\ddot{\psi}, \ddot{\varphi}, \ddot{\theta}$ – кутові прискорення заготовки відносно осей координат; F_x, F_y, F_z – динамічні складові сил різання (рис. 2 а).

Таким чином, математична модель динамічного аналізу заготовки у ВП описується системою диференціальних рівнянь 12-го порядку відносно 6 змінних у часі незалежних параметрів: $x_C, y_C, z_C, \varphi, \psi, \theta$.

2.2.2. Дослідження вільних коливань

Для випадку нульових значень сил і моментів різання система рівнянь (22) у матричній формі набирає такого вигляду:

$$[M]\{\ddot{X}_C\} + [K]\{X\} = \{0\}, \quad (23)$$

де $\{0\} = \{0, 0, \dots, 0\}^T$ – нульовий вектор-стовпець зовнішньої дії; $\{X\} = \{x_C, y_C, z_C, \varphi, \psi, \theta\}^T$ – вектор-стовпець шуканих переміщень; $[M], [K]$ – симетричні матриці інерції та жорсткості:

$$[M] = [M]^T = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{Cx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{Cy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{Cz} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$[K] = [K]^T = \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & 0 & 0 & k_{x\varphi} & -k_{x\theta} \\ 0 & k_{yy} & 0 & k_{y\psi} & 0 & k_{y\theta} \\ 0 & 0 & k_{zz} & k_{z\psi} & k_{z\varphi} & 0 \\ 0 & k_{y\psi} & k_{z\psi} & k_{\psi\psi} & k_{\psi\varphi} & k_{\psi\theta} \\ k_{x\varphi} & 0 & k_{z\varphi} & k_{\varphi\psi} & k_{\varphi\varphi} & -k_{\varphi\theta} \\ -k_{x\theta} & k_{y\theta} & 0 & k_{\psi\theta} & -k_{\varphi\theta} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Матриця жорсткості $[K]$ містить 6 зведених коефіцієнтів прямої жорсткості:

$$k_{xx} = \Sigma k_x^i, \quad k_{yy} = \Sigma k_y^i, \quad k_{zz} = \Sigma k_z^i, \quad (26)$$

$$k_{\psi\psi} = \Sigma (k_y^i h_i^2 + k_z^i b_i^2), \quad k_{\varphi\varphi} = \Sigma (k_x^i h_i^2 + k_z^i l_i^2), \quad k_{\theta\theta} = \Sigma (k_x^i b_i^2 + k_y^i l_i^2)$$

і 9 зведених коефіцієнтів перехресної жорсткості:

$$k_{x\varphi} = \Sigma k_x^i h_i, \quad k_{x\theta} = \Sigma k_x^i b_i, \quad k_{y\psi} = \Sigma k_y^i h_i, \quad (27)$$

$$k_{y\theta} = \Sigma k_y^i l_i, \quad k_{z\psi} = \Sigma k_z^i b_i, \quad k_{z\varphi} = \Sigma k_z^i l_i,$$

$$k_{\psi\varphi} = \Sigma k_z^i l_i b_i, \quad k_{\psi\theta} = \Sigma k_y^i l_i h_i, \quad k_{\varphi\theta} = \Sigma k_x^i b_i h_i,$$

що залежать від жорсткості й розміщення опорних поверхонь.

Зокрема, при обробленні призматичної заготовки з центром мас $C (L/2, B/2, H/2)$ для схеми базування 3-2-1 за трьома площинами коефіцієнти жорсткості становлять:

$$k_{xx} = \frac{1}{2}k_{yy} = k_2, \quad k_{zz} = 3k_1, \quad k_{\psi\psi} = \frac{1}{2}k_1(B-2a)^2, \quad (28)$$

$$k_{\varphi\varphi} = \frac{3}{4}k_1(L-2a)^2, \quad k_{\theta\theta} = \frac{1}{2}k_2(L-2a)^2, \quad k_{z\varphi} = -\frac{1}{2}k_1(L-2a),$$

а інші 8 коефіцієнтів перехресної жорсткості у формулі (27) дорівнюють нулю.

Урахування жорсткості різального інструменту можливе шляхом уведення до формул (26), (27) відповідних коефіцієнтів k_p, k'_p, k''_p поздовжньої, згинальної та крутильної жорсткостей, які без урахування шпинделя та оправки можуть бути визначені в першому наближенні за такими формулами:

$$k_p = \frac{\pi d^2 E}{4L_p}, \quad k'_p = \frac{3\pi d^4 E}{32L_p^3}, \quad k''_p = \frac{\pi d^4 E}{64(1+\nu)L_p}, \quad (29)$$

де d, L_p – діаметр та довжина фрези; E, ν – модуль пружності першого роду і коефіцієнт Пуассона матеріалу фрези.

У переважній більшості випадків жорсткість інструментальних оправок, з'єднання «оправка – інструмент», «оправка – шпиндель» при довжині інструменту менше трьох діаметрів значно менша, ніж

самого інструмента. Отже, коефіцієнти формули (29) є завищеними, а їх дійсні значення доцільно визначати експериментально або методами чисельного моделювання.

Зведені коефіцієнти прямої і перехресної жорсткостей з урахуванням жорсткостей різального інструмента і затискного пристрою набирають такого вигляду:

$$\begin{aligned} k_{xx} &= k_2 + k'_p, & k_{yy} &= 2k_2 + k'_p, & k_{zz} &= 3k_1 + k_3, \\ k_{\psi\psi} &= \frac{1}{2}k_1(B-2a)^2 + k_p\left(\frac{B}{2}-Y\right)^2 + k'_p\left(H_1-\frac{H}{2}\right)^2, \\ k_{\phi\phi} &= \frac{3}{4}k_1(L-2a)^2 + k_p\left(\frac{L}{2}-X\right)^2 + k'_p\left(H_1-\frac{H}{2}\right)^2, \\ k_{\theta\theta} &= \frac{1}{2}k_2(L-2a)^2 + k'_p\left[\left(\frac{L}{2}-X\right)^2 + \left(\frac{B}{2}-Y\right)^2\right] + k''_p, \\ k_{x\phi} &= -k'_p\left(H_1-\frac{H}{2}\right), & k_{x\theta} &= -k'_p\left(\frac{B}{2}-Y\right), & k_{y\psi} &= k'_p\left(H_1-\frac{H}{2}\right), \\ k_{y\theta} &= -k'_p\left(\frac{L}{2}-X\right), & k_{z\psi} &= -k'_p\left(\frac{B}{2}-Y\right), & k_{z\phi} &= -\frac{1}{2}k_1(L-2a)-k_p\left(\frac{L}{2}-X\right), \\ k_{\psi\phi} &= k_p\left(\frac{L}{2}-X\right)\left(\frac{B}{2}-Y\right), & k_{\psi\theta} &= -k'_p\left(\frac{L}{2}-X\right)\left(H_1-\frac{H}{2}\right), & k_{\phi\theta} &= -k'_p\left(\frac{B}{2}-Y\right)\left(H_1-\frac{H}{2}\right). \end{aligned} \quad (30)$$

У процесі різання наведені коефіцієнти жорсткості змінюються за величиною, з яких 4 – змінюють свій знак унаслідок зміни координати Y положення різального інструмента.

Для вільних коливань механічної системи «верстатний пристрій – заготовка», розв'язком рівняння (23) є гармонічний рух, що описується виразом

$$\{X\} = \{X_a\} \sin \omega t, \quad (31)$$

що містить невідому власну частоту ω , а також вектор-стовпець амплітудних значень переміщень і кутів повороту навколо осей локальної системи координат $\{X_a\} = \{x_{ca}, y_{ca}, z_{ca}, \phi_a, \psi_a, \theta_a\}^T$. Останній з точністю до постійного множника визначає форму вільних коливань системи.

Рівняння (23) з урахуванням виразу (31) набирає такого вигляду:

$$([K] - \omega^2[M])\{X_a\} = \{0\}. \quad (32)$$

Умова існування нетривіальних розв'язків рівняння (32) дозволяє записати частотне рівняння:

$$|[K] - \omega^2[M]| = 0, \quad (33)$$

з якого визначаються 6 власних частот механічної системи:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \sqrt{\frac{k_2}{m}}, & \omega_2 &= \sqrt{\frac{2k_2}{m}}, \\ \omega_3 &= \sqrt{\frac{3k_1}{2} \left\{ \frac{1}{m} + \frac{(L-2a)^2}{4J_{cy}} - \sqrt{\left[\frac{1}{m} + \frac{(L-2a)^2}{4J_{cy}} \right]^2 - \frac{8(L-2a)^2}{9mJ_{cy}}} \right\}}, \\ \omega_4 &= (B-2a) \sqrt{\frac{k_1}{2J_{cx}}}, \\ \omega_5 &= \sqrt{\frac{3k_1}{2} \left\{ \frac{1}{m} + \frac{(L-2a)^2}{4J_{cy}} + \sqrt{\left[\frac{1}{m} + \frac{(L-2a)^2}{4J_{cy}} \right]^2 - \frac{8(L-2a)^2}{9mJ_{cy}}} \right\}}, \\ \omega_6 &= (L-2a) \sqrt{\frac{k_2}{2J_{cz}}}. \end{aligned} \quad (34)$$

Послідовність власних частот і відповідних форм коливань визначається окремо для кожної розрахункової моделі та різних співвідношень жорсткостей k_1, k_2 , а також моментів інерції J_{cx}, J_{cy}, J_{cz} .

Третя та п'ята власні частоти ($\omega_n \in \text{Re}$) з урахуванням формули (34) набувають дійсних значень при виконанні наступної нерівності:

$$\left[\frac{1}{m} + \frac{(L-2a)^2}{4J_{cy}} \right]^2 > \frac{8(L-2a)^2}{9mJ_{cy}}. \quad (35)$$

Уведення безрозмірного параметра

$$\alpha = \frac{m(L-2a)^2}{J_{cy}}, \quad (36)$$

що характеризує відношення моментів інерції заготовки, дозволяє звести нерівність (35) після тотожних перетворень до найпростішого вигляду:

$$\frac{\alpha^2}{16} - \frac{7\alpha}{18} + 1 > 0, \quad (37)$$

яка завжди виконується.

За умови (33) рівняння (32) має нетривіальні розв'язки, що з точністю до постійного множника (наприклад, $x_c = 1$) визначають 6 форм власних коливань:

$$\begin{Bmatrix} y_c^{(n)} \\ z_c^{(n)} \\ \phi^{(n)} \\ \psi^{(n)} \\ \theta^{(n)} \end{Bmatrix} = -[d_{i,j}^{(n)}] \begin{Bmatrix} K_{2,1} - \omega_n^2 M_{2,1} \\ K_{3,1} - \omega_n^2 M_{3,1} \\ K_{4,1} - \omega_n^2 M_{4,1} \\ K_{5,1} - \omega_n^2 M_{5,1} \\ K_{6,1} - \omega_n^2 M_{6,1} \end{Bmatrix}, \quad (38)$$

де $[d_{i,j}^{(n)}]$ – основний діагональний мінор матриці динамічної жорсткості $[D]$, елементи якого

$$d_{i,j}^{(n)} = K_{i,j} - \omega_n M_{i,j}, \quad (i, j = 2, 3, \dots, 6), \quad (39)$$

визначаються для відповідної власної частоти ω_n ($n = 1, 2, \dots, 6$).

2.2.3. Дослідження змушених коливань

Просторовий рух заготовки у ВП як тіла з 6-ма ступенями вільності у проєкціях на осі локальної системи координат x, y, z має вигляд рівняння (23), що може бути записане у матричній формі:

$$[M]\{\ddot{X}_C\} + [K]\{X\} = \{F\}, \quad (40)$$

де $\{X\}$ – вектор-стовпець шуканих переміщень; $\{F\}$ – вектор-стовпець зовнішньої динамічної дії:

$$\{X\} = \begin{Bmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \\ \varphi \\ \psi \\ \theta \end{Bmatrix}, \quad \{F\} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix}. \quad (41)$$

При цьому моменти динамічних складових сил різання відносно осей локальної системи координат (рис. 2 б):

$$\begin{aligned} M_x &= F_y h_A + F_z b_A, \\ M_y &= F_x h_A + F_z l_A, \\ M_z &= -F_x b_A + F_y l_B. \end{aligned} \quad (42)$$

У процесі різання динамічна складова сили різання може бути подана полігармонічною функцією, розкладеною у ряд Фур'є. Переміщення механічної системи в результаті цієї дії визначаються як суперпозиція переміщень заготовки, визначених від дії кожної складової – моногармонічної дії. У цьому разі

$$\{F\} = \{F_a\} \sin \omega t, \quad (43)$$

де $\{F_a\}$ – вектор-стовпець амплітуд зовнішніх сил і моментів; $\omega = \omega_0 z$ – частота, що дорівнює добутку частоти обертання шпинделя і числа зубців z різального інструменту.

Розв'язок рівняння (40) шукається у вигляді

$$\{X\} = \{X_a\} \sin \omega t \quad (44)$$

для вектора-стовпця $\{X_a\}$, елементами якого є амплітуди переміщень центра мас і кутів обертання навколо осей координат.

Підстановка виразу (44) у рівняння (40) дозволяє записати рівняння

$$([K] - \omega^2 [M])\{X_a\} = \{F_a\}, \quad (45)$$

розв'язок якого

$$\{X_a\} = ([K] - \omega^2 [M])^{-1} \{F_a\}. \quad (46)$$

Залежність компонент X_{ai} вектора-стовпця $\{X_a\}$ від частоти зовнішньої дії ω визначає амплітудно-частотні характеристики механічної системи «ВП – заготовка».

Для схеми закріплення 3-2-1 за трьома площинами амплітудні значення переміщення центру мас заготовки і кутів обертання навколо осей координат мають такий вигляд:

$$x_{ca}(\omega) = \frac{F_{xa}/m}{\omega_1^2 - \omega^2}, \quad y_{ca}(\omega) = \frac{F_{ya}/m}{\omega_2^2 - \omega^2}, \quad z_{ca}(\omega) = \frac{\left(\frac{k_{\varphi\varphi} - \omega^2}{J_{Cy}}\right) \frac{F_{za}}{m} - \frac{k_{z\varphi} M_{za}}{J_{Cy} m}}{(\omega_3^2 - \omega^2)(\omega_5^2 - \omega^2)}, \quad (47)$$

$$\psi_a(\omega) = \frac{M_{xa}/J_{Cx}}{\omega_4^2 - \omega^2}, \quad \varphi_a(\omega) = \frac{-\frac{k_{z\varphi} F_{za}}{J_{Cy} m} + \left(\frac{k_{zz} - \omega^2}{m}\right) \frac{M_{za}}{J_{Cy}}}{(\omega_3^2 - \omega^2)(\omega_5^2 - \omega^2)}, \quad \theta_a(\omega) = \frac{M_{za}/J_{Cz}}{\omega_6^2 - \omega^2},$$

де $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_6$ – значення власних частот коливань, визначені в результаті модального аналізу. Саме тому у формулі (34) замість індексів $x, y, z, \psi, \varphi, \theta$ зазначені 1, 2, ..., 6, які не потрібно розглядати як порядок власних частот, а лише як їх сукупність.

Відповідно до формули переходу від переміщень центра мас заготовки до переміщень опор

$$\begin{aligned} x_i &= x_C - b_i \theta + h_i \varphi, \\ y_i &= y_C + l_i \theta + h_i \psi, \\ z_i &= z_C + l_i \varphi + b_i \psi \end{aligned} \quad (48)$$

амплітудно-частотні характеристики для опорних точок мають такий вигляд:

$$x_{ia} = \frac{F_{xa}/m}{\omega_1^2 - \omega^2} + h_i \frac{-\frac{k_{z\varphi} F_{za}}{J_{Cy} m} + \left(\frac{k_{zz} - \omega^2}{m}\right) \frac{M_{za}}{J_{Cy}}}{(\omega_3^2 - \omega^2)(\omega_5^2 - \omega^2)} - b_i \frac{M_{za}/J_{Cz}}{\omega_6^2 - \omega^2}, \quad (49)$$

$$y_{ia} = \frac{F_{ya}/m}{\omega_2^2 - \omega^2} + h_i \frac{M_{xa}/J_{Cx}}{\omega_4^2 - \omega^2} + l_i \frac{M_{za}/J_{Cz}}{\omega_6^2 - \omega^2},$$

$$z_{ia} = \frac{\left(\frac{k_{\varphi\varphi} - k_{z\varphi} l_i}{J_{Cy}} - \omega^2\right) \frac{F_{za}}{m} + \left(\frac{k_{zz} - k_{z\varphi} l_i}{m} - \omega^2\right) \frac{M_{za} l_i}{J_{Cy}}}{(\omega_3^2 - \omega^2)(\omega_5^2 - \omega^2)} + b_i \frac{M_{xa}/J_{Cx}}{\omega_4^2 - \omega^2}.$$

Зокрема, для схеми базування 3-2-1 за трьома площинами для положення фрези $Y = B/2$ амплітудно-частотні характеристики системи «ВП – заготовка» в нижніх опорних точках набирають вигляду:

$$z_{1a} = z_{2a} = \frac{0,5k_1(L-2a)^2 - J_{Cy}\omega^2}{(\omega_3^2 - \omega^2)(\omega_5^2 - \omega^2)} \frac{F_{za}}{mJ_{Cy}}, \quad (50)$$

$$z_{3a} = \frac{k_1(L-2a)^2 - J_{Cy}\omega^2}{(\omega_3^2 - \omega^2)(\omega_5^2 - \omega^2)} \frac{F_{za}}{mJ_{Cy}}.$$

Аналіз останніх залежностей свідчить про те, що частоти

$$\omega' = (L-2a)\sqrt{\frac{k_1}{2J_{Cy}}}, \quad \omega'' = (L-2a)\sqrt{\frac{k_1}{J_{Cy}}} = \frac{\omega'}{\sqrt{2}} \quad (51)$$

відповідають появі ефекту антирезонансу, для якого спостерігаються нульові значення амплітуд z_{1a}, z_{2a} і z_{3a} .

2.3. Приклад числової реалізації математичної моделі

2.3.1. Вихідні дані

Перевірка адекватності запропонованої математичної моделі здійснюється на прикладі розрахунку механічної системи «ВП – заготовка» для схеми базування за трьома площинами заготовки призматичної форми з габаритними розмірами 100×50×50 мм.

Розглядається фрезерування уступу шириною 18 мм, глибиною різання 5 мм. Матеріал заготовки – сталь 45 ГОСТ 1050-88. Різальний інструмент – фреза RF 100 VADIN 6527 K (діаметр – 20 мм, довжина різальної частини – 42 мм, загальна довжина – 92 мм, кількість зубів – 4, матеріал – суцільний твердий сплав).

Розраховані режими різання: подача на зуб – 0,05 мм/зуб, подача на оберт – 0,2 мм/об, швидкість різання 154 м/хв, частота обертання шпинделя 2 450 об/хв. Складові сили різання: $P_z = 955$ Н; $P_y = 381$ Н; $P_x = 478$ Н. Крутний момент $M_{кр} = 9,55$ Н·м.

Жорсткість функціональних елементів ВП дорівнює $8,4 \cdot 10^7$ Н/м.

2.3.2. Результати розрахунку

Провівши розрахунки, одержали такі результати. Мінімальна сила закріплення – 2,2 кН. Маса заготовки – 1,95 кг. Моменти інерції: $J_{Cx} = 8,1 \cdot 10^{-4}$ кг·м², $J_{Cy} = 2,0 \cdot 10^{-3}$ кг·м², $J_{Cz} = 2,0 \cdot 10^{-3}$ кг·м². Частота процесу різання – 1 026 рад/с.

Критичні частоти у порядку зростання: $\omega_1 = 6,6 \cdot 10^3$ рад/с; $\omega_2 = 6,8 \cdot 10^3$ рад/с; $\omega_3 = 9,3 \cdot 10^3$ рад/с; $\omega_4 = 1,0 \cdot 10^4$ рад/с; $\omega_5 = 1,2 \cdot 10^4$ рад/с; $\omega_6 = 1,5 \cdot 10^4$ рад/с. Перша (найменша) критична частота 6 579 рад/с перевищує робочу частоту у 6,4 раза.

Динамічні складові сил різання $F_{za} = 0,2P_z = 191$ Н, $F_{ya} = 0,2P_y = 76$ Н, $F_{xa} = 0,2P_x = 96$ Н і моменти різання $M_{za} = 0,2M_{кр} = 19,1$ Н·м дозволяють визначити амплітуди коливань функціональних елементів на робочій частоті.

Функціональні елементи, що реалізують:

– установлювальну базу: $z_{1a} = z_{2a} = 5,7 \cdot 10^{-7}$ м, $z_{3a} = 1,1 \cdot 10^{-6}$ м;

– напрямну базу: $y_{4a} = 3,3 \cdot 10^{-6}$ м, $y_{5a} = 2,4 \cdot 10^{-6}$ м;

– опорну базу: $x_{6a} = 3,1 \cdot 10^{-6}$ м.

Кількісні показники одержаних результатів узгоджуються з результатами експериментальних досліджень і не перевищують допуски на виготовлення деталі, що розглядається.

3. ВИСНОВКИ

Вивчення попереднього досвіду, узагальнення та систематизація існуючих підходів до досліджень механічних систем дозволили запропонувати новий підхід, що полягає в комплексному аналізі рівноважного стану та коливань відносно стаціонарного положення заготовки як елемента механічної системи з урахуванням жорсткості різального інструмента.

Запропоновано математичну модель статичного розрахунку системи «верстатний пристрій – заготовка», що забезпечує визначення місць контакту ФЕ ВП із заготовкою, мінімально необхідну силу закріплення, складові сил різання та місця прикладання цих сил. Запропоновані регресійні залежності для оцінювання жорсткості функціональних елементів верстатних пристроїв.

Створено математичну модель динамічного розрахунку, що описується системою диференціальних рівнянь 12-го порядку в матричній формі відносно 6 змінних у часі незалежних параметрів та дозволяє дослідити власні частоти системи «верстатний пристрій – заготовка» й визначити відповідні форми вільних коливань. Модель також дозволяє дослідити змінені коливання заготовки щодо положення рівноваги в результаті дії динамічних складових сил і моментів різання, а також визначити амплітудно-частотні характеристики й частоти виникнення резонансу та антирезонансу.

На прикладі розрахунку підтверджено адекватність запропонованої математичної моделі. Встановлено, що перша критична частота коливань заготовки у 6,4 раза перевищує робочу частоту процесу різання, а амплітуди змушених коливань знаходяться в межах допусків на виготовлення деталі.

Подальші дослідження спрямовані на створення методики розрахунку системи «верстатний пристрій – заготовка» комп'ютерними засобами чисельної реалізації та розроблення практичних рекомендацій щодо її використання під час проектування ВП.

Comprehensive analysis of the mechanical system system “fixture – workpiece”

V. A. Ivanov¹⁾, I. V. Pavlenko²⁾

^{1), 2)} Sumy State University, 2 Rymaskogo-Korsakova St., 40007, Sumy, Ukraine

Present work is devoted to locating and clamping of prismatic parts in fixtures during the machining on drilling-milling-boring machines. The special feature of locating schemes of parts of the present type is that one of the flat surfaces is used as a datum (3 contact points) ensuring stability, convenience of locating and vibration elimination during the machining process. Within the scope of the presented work, the comprehensive mathematical model of the system “fixture – workpiece” has been developed taking into account technological features of locating and clamping processes of workpiece in fixture. The methodology of determination of the rigidity of the cutting tool and functional elements has been proposed. As a result, the static and dynamic analysis of the workpiece in the fixture under the effect of spatial system of cutting and clamping forces is being determined. In addition, the free frequencies of the system “fixture-workpiece” and forms of the free and forced vibrations, frequency-response characteristics are being determined.

Keywords: locating chart, functional element, rigidity, free vibrations, free frequency, forced vibrations, cutting force, frequency-response characteristic.

^{1), 2)} Сумский государственный университет, ул. Римского-Корсакова, 2, 40007, г. Сумы, Украина

Данная статья посвящена анализу процесса базирования и закрепления корпусных деталей в станочных приспособлениях при обработке на сверлильно-фрезерно-расточных станках. Характерной особенностью схем базирования деталей данного типа является то, что одна из плоских поверхностей используется как установочная база, обеспечивая устойчивость равновесного положения, удобство базирования и устранения вибраций при обработке. В работе разработана комплексная математическая модель системы «станочное приспособление – заготовка», учитывающая технологические особенности процесса базирования и закрепления заготовки в станочном приспособлении. Предложена методика определения жёсткости режущего инструмента и функциональных элементов станочных приспособлений. В результате определяются статический и динамический анализ заготовки в станочных приспособлениях под действием пространственной системы сил резания и закрепления. Также определяются собственные частоты системы «станочное приспособление – заготовка» и формы свободных и вынужденных колебаний, амплитудно-частотные характеристики.

Ключевые слова: схема базирования, функциональный элемент, жесткость, свободные колебания, собственная частота, вынужденные колебания, сила резания, амплитудно-частотная характеристика.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Карпусь В. С. Інтенсифікація процесів механічної обробки : монографія / В. С. Карпусь, В. О. Иванов, О. В. Котляра ін. ; за ред. В. С. Карпуся. – Суми : СумДУ, 2012 – 436 с.
2. Bi Z. M. Flexible fixture design and automation: review, issues and future directions / Z. M. Bi, W. J. Zhang // *Int. J. Prod. Res.* – 2001. – Vol. 39. – P. 2867–2894.
3. Иванов В. О. Вибір оптимальних компоновок верстатних пристроїв для верстатів з ЧПК : дис. канд. техн. наук : 05.02.08 / Иванов Віталій Олександрович. – Харків, 2010. – 239 с.
4. Nixon F. Managing to achieve quality and reliability / F. Nixon. – McGraw Hill, Maidenhead, 1971.
5. Rong Y. Computer-aided fixture design / Y. Rong, Y. Zhu. – Marcel Dekker, New York, 1999.
6. Kumbhar N. Finite Element Modelling and Analysis of Workpiece-Fixture system / N. Kumbhar, G. Patil, S. Mohite, M. Sutar // *International Journal of Applied Research in Mechanical Engineering.* – 2012. – Vol. 2, Issue 2.
7. Hu S. An Integrated Model of a Fixture-Workpiece System for Surface Quality Prediction / S. Hu, Y. Liao // *International Journal “Advanced Manufacturing Technologies”.* – 2001. – Vol. 17. – P. 810–818.
8. Kang Y. Computer-Aided Fixture Design Verification : Part 3 – Stability Analysis / Y. Kang, Y. Rong, J. C. Yang // *International Journal “Advanced Manufacturing Technologies”.* – 2003. – Vol. 21. – P. 842–849.
9. Asante J. N. Effect of Fixture Compliance and Cutting Conditions on Workpiece Stability / J. N. Asante // *International Journal “Advanced Manufacturing Technologies”.* – 2010. – Vol. 48. – P. 33–43.
10. Cioata V. The Machining Error Due to Contact Deformation of Workpiece-Fixture System / V. Cioata, I. Kiss // *ACTA Technical Bulletin of Engineering.* – 2009. – P. 33–36.
11. Zheng Y. Finite Element Analysis for Fixture Stiffness : Ph. D. Thesis. – Worcester : Worcester Polytechnic Institute, 2005.
12. Asada H. Kinematics Analysis of Work Part Fixturing for Flexible Assembly with Automatically Reconfigurable Fixtures / H. Asada, A. By // *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation.* – 1985. – Vol. 1, No. 2. – P. 86–93.
13. Rong Y. Automated Generation of Modular Fixture Configuration Design / Y. Rong, Y. Bai // *Journal of Manufacturing Science and Engineering.* – 1997. – Vol. 119.
14. Chou Y. C. Automated Fixture Design for Concurrent Manufacturing Planning / Y. C. Chou // *Concurrent Engineering : Res. & Appl.*, 1993. – Vol. 1. – P. 219–229.
15. Wu Y. Automated Generation of Dedicated Fixture Configuration / Y. Wu, Y. Rong, T. Chu // *International Journal “Computer Application in Technology”.*, 1997. – Vol. 10, No. 3. – P. 213–235.
16. Trappey A. J. C. Computer-Aided Fixture Analysis Using Finite Element Analysis and Mathematical Optimization Modeling / A. J. C. Trappey, C. S. Su, J. L. Hou // *ASME.* – 1995. – Vol. 2. – P. 777–787.
17. Deng H. Analysis and Synthesis of Fixturing Dynamic Stability in Machining Accounting for Material Removal Effect : Ph. D. Thesis. – Atlanta : Georgia Institute of Technology, 2006.
18. Пашкевич М. Ф. Исследование смещений заготовки под действием сил закрепления при базировании по плоскости / М. Ф. Пашкевич, В. М. Пашкевич, М. Н. Миронова // *Вестник Гомельского государственного технического университета им. П. О. Сухого.* – 2010. – № 2 (41). – С. 9–18.
19. Иванов В. Визначення умов забезпечення стійкості заготовки у верстатному пристрої / В. Иванов, І. Павленко, Р. Процай // 12-й Міжнар. симпозіум українських інженерів-механіків у Львові : тези доповідей, 28–29 травня 2015 р., Львів. – Львів : КІНПАТРИ ЛТД, 2015. – С. 84–85.
20. Павленко І. В. Забезпечення умов стійкості заготовки у верстатному пристрої зі схемою базування за трьома площинами / І. В. Павленко, В. О. Иванов // *Вісник СНАУ. Серія «Механізація та автоматизація виробничих процесів».* – 2015. – № 11 (27). – С. 23–26.
21. Курилов Б. М. Статичний і динамічний аналіз механічної системи «верстатний пристрій – заготовка» / Б. М. Курилов, І. В. Павленко, В. О. Иванов // *Сучасні технології у промисловому виробництві : матер. IV Всеукр. міжвуз. науково-техн. конф. : у 2 ч., 19–22 квітня 2016 р. – Суми : Сумський державний університет, 2016. – Ч. 1. – С. 165–166.*
22. Иванов В. А. Гармонический анализ системы «станочное приспособление – заготовка» на примере схемы базирования по трём плоскостям / В. А. Иванов, И. В. Павленко, Б. Н. Курилов и др. // *Инновации в металлообработке: взгляд молодых специалистов : сборник научных трудов Междунар. научно-техн. конф., 2–3 октября 2015 г. – Курск : Юго-западный гос. ун-т, 2015. – С. 158–161.*
23. Павленко И. В. Математическая модель динамики системы «станочное приспособление – заготовка» на примере схемы базирования по трём плоскостям / И. В. Павленко, В. А. Иванов, Б. Н. Курилов, С. О. Чигрин // *Безопасность и проектирование конструкций в машиностроении: сборник научных трудов Междунар. научно-техн. конф., 25–26 октября 2015 г. – Курск : Юго-западный гос. ун-т, 2015. – С. 119–122.*
24. Иванов В. О. Оцінювання нелінійної жорсткості функціональних елементів верстатних пристроїв / В. О. Иванов, І. В. Павленко // *Машинобудування очима молодих : прогресивні ідеї – наука – виробництво : матер. XVI Міжнар. молод. науково-техн. конф., 26–29 жовтня 2016 р., Суми. – Суми : Сумський державний університет, 2016. – С. 23–24.*

25. Курилов Б. М. Застосування комп'ютерних засобів для дослідження динаміки механічної системи «верстатний пристрій – заготовка» / Б. М. Курилов, І. В. Павленко, В. О. Іванов // Сучасні технології у промисловому виробництві : матер. науково-техн. конф. викладачів, співробітників, аспірантів і студентів факультету технічних систем та енергоефективних технологій : у 2 ч., 18–21 квітня 2017 р. – Суми : Сумський державний університет, 2017. – Ч. 1. – С. 149.

REFERENCES

1. Karpus' V. Ye. Intensyfikatsiya protsesiv mekhanichnoyi obrabky : monografiya / V. Ye. Karpus', V. O. Ivanov, O. V. Kotlyar ta in.; za red. V. Ye. Karpusya. – Sumy : Sums'kyi derzhavnyy universytet, 2012 – 436 p [in Ukrainian].

2. Bi Z. M., Zhang W. J. Flexible fixture design and automation: review, issues and future directions. *Int. J. Prod. Res.*, 2001, 39, 2867–2894.

3. Ivanov V. O. Vybir optymal'nykh komponovok verstatnykh prystroyiv dlya verstativ z ChPK : dys. kand. tekhn. nauk : 05.02.08 / Ivanov Vitaliy Oleksandrovych. – Kharkiv, 2010. – 239 p [in Ukrainian].

4. Nixon F. Managing to achieve quality and reliability. McGraw Hill, Maidenhead, 1971.

5. Rong Y., Zhu Y. Computer-aided fixture design. Marcel Dekker, New York, 1999.

6. Kumbhar N. Finite Element Modelling and Analysis of Workpiece-Fixture system / N. Kumbhar, G. Patil, S. Mohite, M. Sutar // *International Journal of Applied Research in Mechanical Engineering*, 2012. – Vol. 2. – Is. 2.

7. Hu S. An Integrated Model of a Fixture-Workpiece System for Surface Quality Prediction / S. Hu, Y. Liao // *International Journal “Advanced Manufacturing Technologies”*, 2001. – Vol. 17. – P. 810–818.

8. Kang Y. Computer-Aided Fixture Design Verification : Part 3 – Stability Analysis / Y. Kang, Y. Rong, J. C. Yang // *International Journal “Advanced Manufacturing Technologies”*, 2003. – Vol. 21. – P. 842–849.

9. Asante J. N. Effect of Fixture Compliance and Cutting Conditions on Workpiece Stability / J. N. Asante // *International Journal “Advanced Manufacturing Technologies”*, 2010. – Vol. 48. – P. 33–43.

10. Cioata V. The Machining Error Due to Contact Deformation of Workpiece-Fixture System / V. Cioata, I. Kiss // *ACTA Technical Bulletin of Engineering*, 2009. – P. 33–36.

11. Zheng Y. Finite Element Analysis for Fixture Stiffness : Ph.D. Thesis. – Worcester : Worcester Polytechnic Institute, 2005.

12. Asada H. Kinematics Analysis of Work Part Fixturing for Flexible Assembly with Automatically Reconfigurable Fixtures / H. Asada, A. By // *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1985. – Vol. 1. – No. 2. – P. 86–93.

13. Rong Y. Automated Generation of Modular Fixture Configuration Design / Y. Rong, Y. Bai // *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 1997. – Vol. 119.

14. Chou Y. C. Automated Fixture Design for Concurrent Manufacturing Planning / Y. C. Chou // *Concurrent Engineering : Res. & Appl.*, 1993. – Vol. 1. – P. 219–229.

15. Wu Y. Automated Generation of Dedicated Fixture Configuration / Y. Wu, Y. Rong, T. Chu // *International Journal “Computer Application in Technology”*, 1997. – Vol. 10, No. 3. – P. 213–235.

16. Trappey A. J. C. Computer-Aided Fixture Analysis Using Finite Element Analysis and Mathematical Optimization Modeling / A. J. C. Trappey, C. S. Su, J. L. Hou // *ASME*, 1995. – Vol. 2. – P. 777–787.

17. Deng H. Analysis and Synthesis of Fixturing Dynamic Stability in Machining Accounting for Material Removal Effect : Ph.D. Thesis. – Atlanta : Georgia Institute of Technology, 2006.

26. Карпусь В. С. Швидкопереналагоджувані базуючі модулі для установлення корпусних деталей / В. С. Карпусь, В. О. Іванов, Д. О. Міненко, І. М. Дегтярьов // *Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні*. – Запоріжжя : ЗНТУ, 2012. – № 2. – С. 91–94.

18. Pashkevich M. F. Issledovanie smeschenii zagotovki pod deistviem sil zakrepleniya pri bazirovaniy po ploskosti / M. F. Pashkevich_ V. M. Pashkevich_ M. N. Mironova // *Vestnik Gomelskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta im. P. O. Suhogo*. – № 2_41,. – 2010. – P. 9–18 [in Russian].

19. Ivanov V. Vyznachennya umov zabezpechennya stiykosti zahotovky u verstatnomu prystroyi / V. Ivanov, I. Pavlenko, R. Protsay // 12 Mizhnarodnyi sympozium ukraïns'kykh inzheneriv-mekhanikiv u L'vovi : tezy dopovidey, 28–29 travnya 2015 r., L'viv. – L'viv : KINPATRI LTD, 2015. – P. 84–85 [in Ukrainian].

20. Pavlenko I. V. Zabezpechennya umov stiykosti zahotovky u verstatnomu prystroyi zi skhemoyu bazuvannya za tr'oma ploschchynamy / I. V. Pavlenko, V. O. Ivanov // *Visnyk SNAU. Seriya «Mekhanizatsiya ta avtomatyzatsiya vyrobnychkykh protsesiv»*. – 2015. – No. 11 (27). – P. 23–26 [in Ukrainian].

21. Kurylov B. M. Statychnyy i dynamichnyy analiz mekhanichnoyi systemy «verstatnyy prystriy – zahotovka» / B. M. Kurylov, I. V. Pavlenko, V. O. Ivanov // *Suchasni tekhnolohiyi u promyslovomu vyrobnytstvi : mater. IV Vseukr. mizhvuz. naukovo-tekhn. konf. : u 2-kh ch., 19–22 kvitnya 2016 r., Sumy*. – Sumy : Sums'kyi derzhavnyy universytet, 2016. – Ch.1. – P. 165–166 [in Ukrainian].

22. Ivanov V. A. Garmonicheskii analiz sistemi «stanochnoe prispособlenie – zagotovka» na primere shemi bazirovaniya po trem ploskostyam / V. A. Ivanov_ I. V. Pavlenko_ B. N. Kurilov i dr. // *Innovacii v metalloobrabotke_ vzglyad molodih spetsialistov_ sbornik nauchnih trudov Mejdunar. nauchno_tehn. konf. 2–3 oktyabrya 2015 g., Kursk*. – Kurskiy Yugo-zapadnyi gos. un-t, 2015. – P. 158–161 [in Russian].

23. Pavlenko I. V. Matematicheskaya model dinamiki sistemi «stanochnoe prispособlenie – zagotovka» na primere shemi bazirovaniya po trem ploskostyam / I. V. Pavlenko, V. A. Ivanov, B. N. Kurilov, S. O. Chigrin // *Bezopasnost i proektirovanie konstrukcii v mashinostroenii_ sbornik nauchnih trudov Mejdunar. Nauchno-tehn. konf. 25–26 oktyabrya 2015 g., Kursk*. – Kurskiy Yugo-zapadnyi gos. un-t, 2015. – P. 119–122 [in Russian].

24. Ivanov V. O. Otsinyuvannya neliniynoyi zhorstkosti funktsional'nykh elementiv verstatnykh prystroyiv / V. O. Ivanov, I. V. Pavlenko // *Mashynobuduvannya ochyma molodykh : prohresyvni ideyi – nauka – vyrobnytstvo : mater. XVI mizhnar. molod. naukovo-tekhn. konf., 26–29 zhovtnya 2016 r., Sumy*. – Sumy : Sumy State University, 2016. – P. 23–24 [in Ukrainian].

25. Kurylov B. M. Zastosuvannya komp'yuternykh zasobiv dlya doslidzhennya dynamiky mekhanichnoyi systemy «verstatnyy prystriy – zahotovka» / B. M. Kurylov, I. V. Pavlenko, V. O. Ivanov // *Suchasni tekhnolohiyi u promyslovomu vyrobnytstvi: mater. naukovo-tekhn. konf. vykladachiv, spivrobitykiv, aspirantiv i studentiv fakul'tetu tekhnichnykh system ta enerhoefektyvnykh tekhnolohiy : u 2 ch., 18–21 kvitnya 2017 r., Sumy*. – Sumy : Sumy State University, 2017. – No. 1. – P. 149 [in Ukrainian].

26. Karpus' V. Ye. Shvydko perenalagodzhuvani bazuyuchi moduli dlya ustanovlennya korpusnykh detaley / V. Ye. Karpus', V. O. Ivanov, D. O. Minenko, I. M. Dehtiarov // *Novi materialy i tekhnolohiyi v metalurhiyi ta mashynobuduvanni*. – Zaporizhzhya : ZNTU, 2012. – No 2. – P. 91–94 [in Ukrainian].